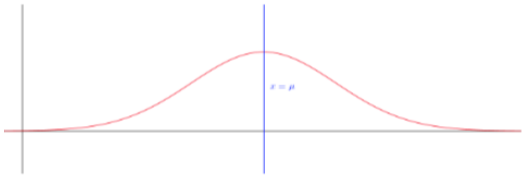
III. LOI NORMALE (μ ; σ^2).

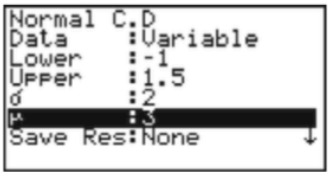
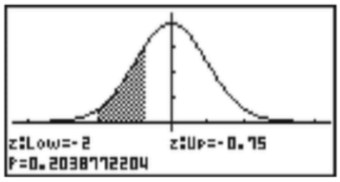
Une variable aléatoire X suit une loi normale **N (μ ; σ^2)** si la variable **Z =** $\dfrac{X-\mu}{\sigma}$ suit une **loi normale centrée réduite : N(0 ; 1)**

Son espérance est égale à μ et son écart type à σ : $E(X) = \mu$ et $\sigma(X)=\sigma$.



IV. CALCUL DE PROBABILITE

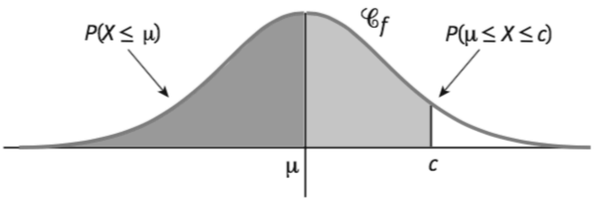
Avec la calculatrice, ou une table de loi normale. $P(a \le X \le b)$

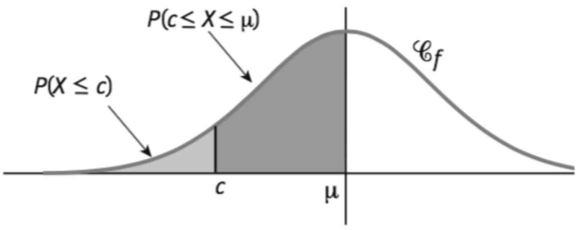
Texas	Casio Graph 35…
On choisit Distr (par 2nd Var) puis normalcdf (ou, en français, normalFRep). On indique les données dans l'ordre a, b, μ et σ (attention à ne pas confondre σ et σ^2). Voici un exemple avec $a=-1$ $b=1{,}5$ $\mu=3$ et $\sigma=2$: 	Dans le menu Stat, on choisit Distr, puis NormCD. On indique les données dans l'ordre a, b, σ et μ (attention à ne pas confondre σ et σ^2). Voici un exemple avec $a=-1$ $b=1{,}5$ $\mu=3$ et $\sigma=2$: 

- $P(X \le c)$

Les calculatrices étudiées ne font pas le calcul directement. On dispose de deux méthodes.

- On utilise l'approximation $P(X \le c) \approx P(-10^{99} \le X \le c)$ où on néglige $P(X < -10^{99})$.
- Ou bien on utilise des égalités, mais elles dépendent de la position de c par rapport à μ. Les égalités sont obtenues en écrivant la probabilité d'une réunion d'événements incompatibles. On mémorise visuellement ces égalités qui s'interprètent avec des aires.





Si $c \ge \mu$:

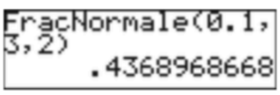
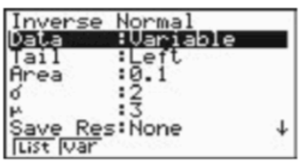
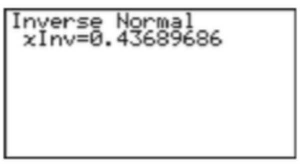
$$P(X \le c) = P(X < \mu) + P(\mu \le X \le c) = \frac{1}{2} + P(\mu \le X \le c)$$

Si $c \le \mu$:

$$P(X \le c) = P(X \le \mu) - P(c < X \le \mu) = \frac{1}{2} - P(c \le X \le \mu).$$

- Déterminer x tel que $P(X \le x) = p$, p étant une probabilité donnée.

La plupart des calculatrices permettent de trouver directement le résultat.

Texas	Casio graph 35 et plus
On choisit Distr (par 2nd Distr) puis invNorm (ou, en français, FracNorm), puis on donne p, μ et σ. Voici un exemple avec $p=0{,}1$ $\mu=3$ et $\sigma=2$: 	Dans le menu Stat, on choisit Distr, puis Inverse Normal. On indique les données dans l'ordre p, σ et μ . Voici un exemple avec $p=0{,}1$ $\mu=3$ et $\sigma=2$: 

V. Approximation normale d'une loi binomiale

Le théorème de Moivre-Laplace :

Pour tout nombre entier naturel n, X est une variable aléatoire qui suit **une loi binomiale** de paramètres n et p. On pose : $Z_n = \dfrac{X_n - np}{\sqrt{np(1-p)}}$ $\left(= \dfrac{X-\mu}{\sigma}\right)$

Z_n est appelée variable centrée réduite associée à X_n. (Elle suit une loi normale centrée réduite)

Alors, pour tout réels $a \leq b$, lorsque n tend vers $+\infty$, **la probabilité $p(a \leq Z_n \leq b)$** tend vers: $\displaystyle\int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$

Dans la pratique, **lorsque $n \geq 30$, $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$,** l'erreur sur les probabilités calculées est très faible et lorsque ces trois conditions sont remplies, on pourra approcher la loi binomiale B (n ; p) par la loi normale N (μ ; σ^2)
avec $\mu = np$ et $\sigma = np(1-p)$.