

## **Chapitre IV : Les caractéristiques de concentration :**

L'étude de la concentration permet de caractériser un certain nombre de grandeurs économiques (salaire, revenu, l'impôt, chiffres d'affaires, superficie ...). On parle de concentration chaque fois qu'il y a une inégalité de répartition entre les individus d'une population donnée. C'est une notion statistique qui ne concerne que certaines séries statistiques, celles où le caractère peut être additionné.

On peut donc parler de concentration de revenus, de concentration foncière, de concentrations de capitaux ...

### **I – MESURE DE LA CONCENTRATION PAR L'INDICATEUR ECART MEDIALE – MEDIANE**

La détermination de cet indicateur nécessite au préalable la connaissance de la notion médiale.

#### **A- La médiale**

##### **1-Définition :**

La médiale d'un caractère statistique est la valeur qui partage la masse des valeurs en deux parties égales

la  $M^e$  est donc la valeur du caractère qui partage la somme des  $n_i x_i$  en 2 parties égales, 50% de cette masse ( $\sum n_i x_i$ ) est  $<$  à cette valeur et 50% est  $\geq$  à cette valeur.

##### **2-Exemple de détermination de la médiale :**

- **Les salariés d'une entreprises sont répartis selon le salaire mensuel en 1000DH**

<b>Salaires</b>	<b>xi</b>	<b>ni</b>	<b>nixi</b>	<b>nixic</b>
<b>2-4</b>	<b>3</b>	<b>60</b>	<b>180</b>	<b>180</b>
<b>4-6</b>	<b>5</b>	<b>20</b>	<b>100</b>	<b>280</b>
<b>6-10</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>80</b>	<b>360</b>
<b>10-14</b>	<b>12</b>	<b>10</b>	<b>120</b>	<b>480</b>
<b>TOTAL</b>	<b>–</b>	<b>100</b>	<b>480</b>	<b>–</b>

- 1ère étape : la détermination de rang

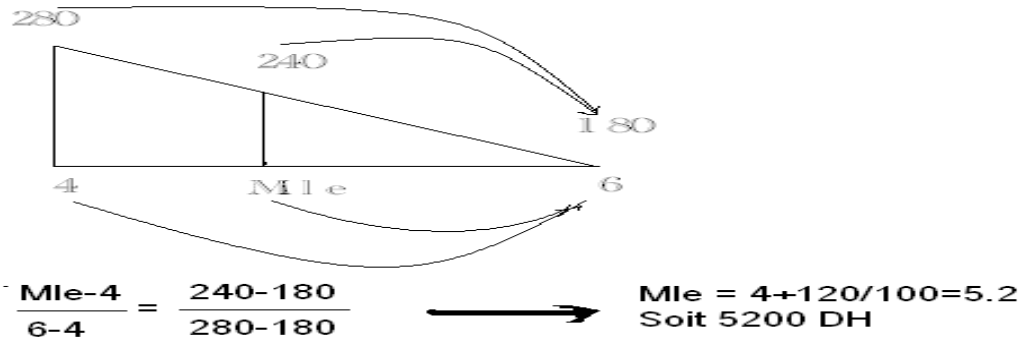
Rang de  $M^e = \sum nixi / 2 = 480 / 2 = 240$

- 2ème étape: la détermination de la classe de  $M^e$

Classe de  $M^e$  : [4-6[

car  $180 < \text{Rg } M^e = 240 < 280$  dans les  $nixic$

- 3ème étape: interpolation linéaire



50% De la masse salariale est inférieure à 5200 dh et 50% De la masse salariale est supérieure à 5200 DH

**B- L'écart Médiale – Médiane :  $\Delta M$**

La comparaison de la valeur de la médiale et de la médiane constitue une mesure de la concentration

La mesure de l'écart entre médiale et médiane renseigne sur le degré de concentration Plus l'écart est grand et plus la concentration est forte et il est nul en cas de parfaite égalité.

$$\Delta M = Mle - Me$$

Pour apprécier la concentration, on rapporte l'écart à l'étendue de la série :

$$\frac{\Delta M}{E} \times 100$$

- Si  $\Delta M$  est grand par rapport à l'étendue : la concentration est forte
- Si  $\Delta M$  est petit par rapport à l'étendue : la concentration est faible
- Si  $\Delta M$  est nul : la concentration est nulle ( $Mle = Me$ ) → égalité parfaite

**Exemple précédent**

- La médiane après calcul est égale à 3660 DH
- Donc  $\Delta M = Mle - Me = 5200 - 3660 = 1540$
- $(\Delta M/E) \times 100 = (1540/12000) \times 100 = 12.83\%$
- La concentration est relativement faible car elle représente 12.83% de l'étendue

**II- LA COURBE DE LORENTZ (COURBE DE CONCENTRATION) :**

La courbe de concentration permet de représenter graphiquement la répartition des valeurs d'un caractère quantitatif, discret ou continu, entre les individus de la population. La courbe de concentration permet de comparer à une répartition strictement égalitaire, la répartition d'une série statistique donnée.

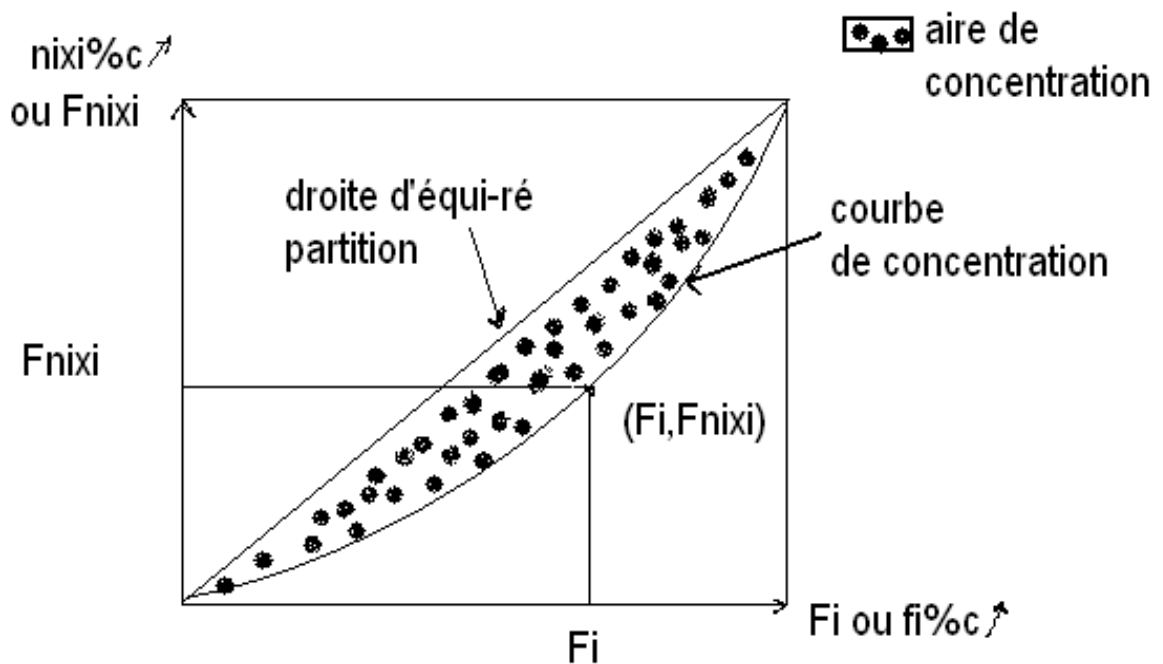
**A- Construction de la courbe de Lorenz :**

Sur les 2 côtés d'un carré, on porte (à la même échelle) :

- Sur les abscisses (axe OX), les fréquences cumulées croissantes en % des individus de chaque classe soit  $f_i$  % cumulés croissantes ou  $F_i$
- Sur les ordonnées (axe OY), les fréquences cumulées croissantes en % des masses soit les  $n_i x_i$  en % cumulés croissantes ou  $F_{n_i x_i}$

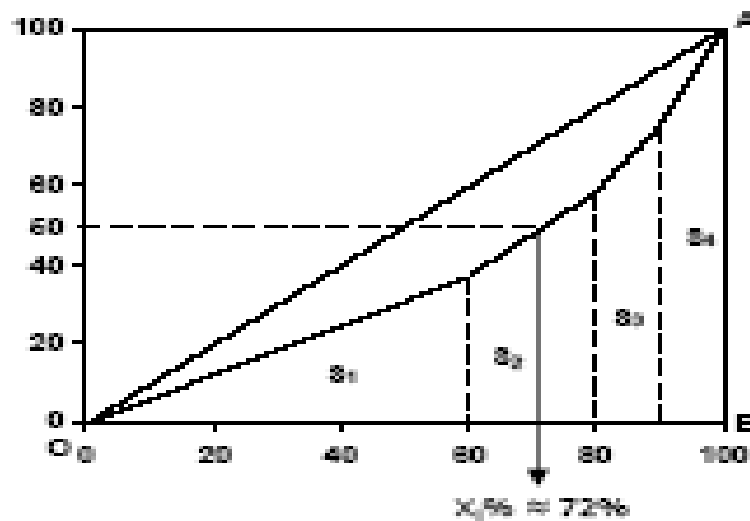
Remarque :  $F_{n_i x_i} \rightarrow \frac{n_i x_i}{\sum n_i x_i} \times 100$  cum  $\nearrow$

- On porte dans le carré les différents points coordonnées  $(F_i, F_{n_i x_i})$  ou  $(f_i \text{ % cum } \nearrow, n_i x_i \text{ % cum } \nearrow)$ . La courbe de concentration est obtenue en joignant les points représentés.



Exemple : Les salariés d'une entreprise sont répartis (en %) selon le salaire mensuel (en 1000 DH).

Salaire en 10 <sup>3</sup> DH	Salariés f%	$x_i$	$f\% x_i$	$f\% x_i\%$	Axe (OX)	Axe (OY)
					$f\% \text{ cum } \nearrow$	$f\% x_i\% \text{ cum } \nearrow$
2 - 4	60	3	180	37,5	60	37,5
4 - 6	20	5	100	20,8	80	58,3
6 - 10	10	8	80	16,7	90	75,0
10 - 14	10	12	120	25,0	100	100
$\Sigma$	100	—	480	100	—	—



### **B- Interprétation de la représentation**

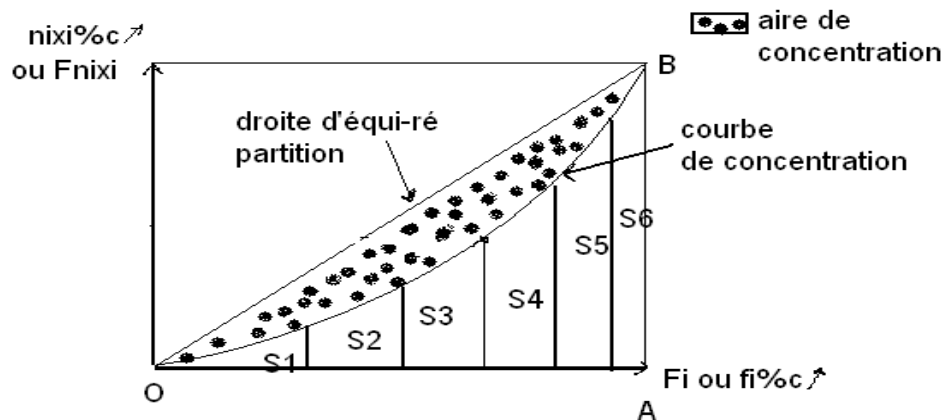
Une répartition strictement égalitaire est représentée par la diagonale du carré, encore appelé ligne d'équirépartition.

Ainsi plus la courbe correspondante à la distribution étudiée s'éloigne de cette ligne (bissectrice), plus la série des valeurs du caractère étudié est inégalitaire et montre une concentration de plus en plus importante à mesure que l'éloignement est grand.

## **III- L'INDICE DE CONCENTRATION OU COEFFICIENT DE GINI**

### **A- Définition**

L'indice de Gini est le rapport de l'aire située entre la bissectrice et la courbe de Lorentz à l'aire totale de demi-carré.



$$IG = \frac{\text{Aire de concentration}}{\text{Aire de triangle OAB}}$$

$$I_G = \frac{\text{Aire de concentration}}{\text{Aire de triangle OAB}}$$

### **B- Calcul pratique : Méthode des trapèzes**

L'aire sous la courbe est décomposée en triangle et trapèzes dont on calcule la surface ( $\sum Si$ ).

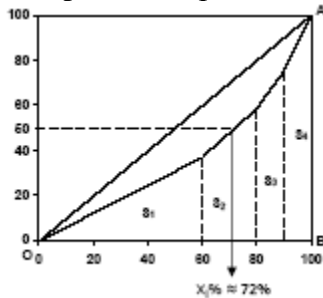
On obtient un triangle et des trapèzes

$$\text{Aire de triangle OAB} = \frac{100 \times 100}{2} = 5000 ,$$

$$\text{Aire de concentration} = \text{Aire de triangle OAB} - \sum Si = 5000 - \sum Si$$

$$I_G = \frac{\text{Aire de concentration}}{\text{Aire de triangle OAB}} \Rightarrow I_G = \frac{5000 - \sum S_i}{5000}$$

Exemple : On reprend l'exemple précédent



\*Calcul de l'indice  $I_G$  :

$$\sum S_i = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

$$S_1 = \frac{(a \times b)}{2} = \frac{37,5 \times 60}{2} = 1125 \quad ; \quad S_2 = \frac{(37,5 + 58,3) \times 20}{2} = 958 \quad ; \quad S_3 = \frac{(58,3 + 75) \times 10}{2} = 666,5$$

$$S_4 = \frac{(75 + 100) \times 10}{2} = 875 \quad \Rightarrow \quad \sum S_i = 3624,5 \quad \Rightarrow \quad I_G = \frac{5000 - 3624,5}{5000} \times 100 = 27,51\%$$

La concentration des salaires est relativement faible

### **C- Interprétation de l'indice de Gini**

L'indice de Gini est toujours compris entre 0 et 1. Plus il est proche de 1 plus la concentration est forte et plus il est proche de 0 plus la concentration est faible.

- Si  $I_G = 0$  → cela signifie que l'aire de concentration est nul, la courbe est confondu avec la bissectrice, on dit qu'on a une situation d'égalité parfaite.
- Si  $I_G = 1$  → cela signifie que l'aire de concentration est égal à l'aire de triangle OAB, on dit qu'on a une situation d'inégalité parfaite.