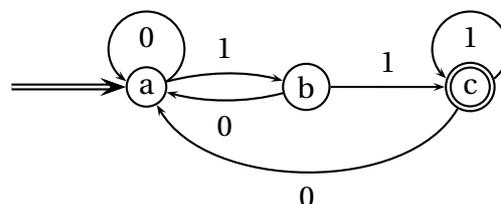


Théorie des graphes

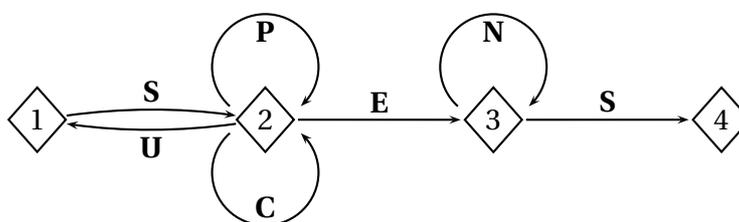
▷ **Exercice 1.**

Soit l'automate ci-contre où a est le sommet de départ et c le sommet à atteindre pour qu'un « mot » soit reconnu.



1. Les mots « 11 », « 101 », « 110 », « 1011 » sont-ils reconnus par cet automate?
2. Donner la liste des mots de trois lettres reconnus par celui-ci. Justifier avec soin.
3. Caractériser les mots reconnus. *Aucune justification n'est attendue.*

▷ **Exercice 2.** Pour accéder à sa messagerie, Antoine a choisi un code qui doit être reconnu par le graphe étiqueté suivant, de sommets 1, 2, 3 et 4 :

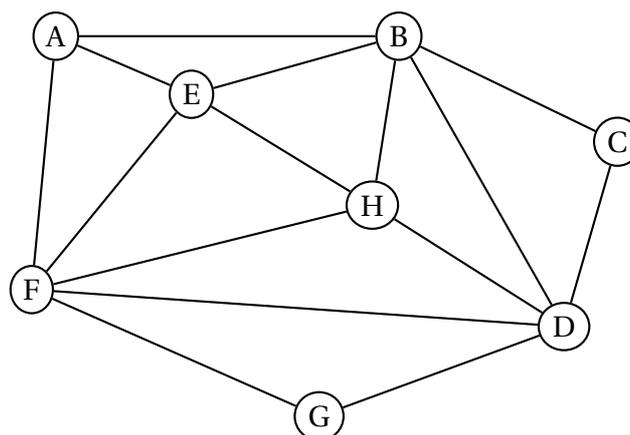


Une succession des lettres constitue un code possible si ces lettres se succèdent sur un chemin du graphe orienté ci-dessus, en partant du sommet 1 et en sortant au sommet 4. Les codes SES et SPPCES sont ainsi des codes possibles, contrairement aux codes SUN et SPEN.

Combien existe-t-il de codes de 4 lettres? Quels sont ces codes? Justifier avec soin.

▷ **Exercice 3.**

La coopérative LAFRUITIERE collecte le lait de 7 exploitations de montagne. La situation géographique est représentée par le graphe ci-dessous, noté G_L . La coopérative est située au sommet A, les autres sommets B, C, D, E, F, G et H représentent les différentes exploitations; les arêtes représentent le réseau routier reliant ces exploitations.



Partie A

1. a) Récapituler le degré de chacun des sommets dans un tableau puis en déduire le nombre d'arêtes en justifiant.
b) Le graphe G_L est-il connexe? Justifier.
2. a) Est-il possible d'organiser une tournée de toutes les exploitations en partant de A et en terminant en A et en passant au moins une fois par chaque client, tout en empruntant une fois et une seule chaque route? Justifier la réponse.

- b) En enlevant une route entre deux exploitations, est-il possible d'organiser une tournée de toutes les exploitations en partant de A et en terminant en F et en passant au moins une fois par chaque client, tout en empruntant une fois et une seule chaque route? Justifier la réponse et, si, c'est possible, donner une tournée répondant à la question.

Partie B

Les arêtes sont pondérées par les distances entre les exploitations, exprimées en kilomètres. La coopérative doit collecter du lait provenant de l'exploitation D; quel est le plus court parcours pour se rendre de A à D? Donner ce trajet et sa longueur.

