

D. Soient x et y de tels nombres, x étant le plus grand.

On a $x - y = 7$, et $xy - (x + y) = 43$.

On a alors $y = x - 7$, et en remplaçant dans la 2^e équation :

$$x(x - 7) - (x + x - 7) = 43$$

$$x^2 - 7x - 2x + 7 = 43$$

$$x^2 - 9x - 36 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 9^2 + 4 \times 36 = 225 = 15^2 > 0.$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 - 15}{2} = -3$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 + 15}{2} = 12$$

On exclut $x = -3$ car on cherche des entiers naturels.

Il reste $x = 12$, alors $y = x - 7 = 12 - 7 = 5$.

Vérifions que 12 et 5 répondent au problème :

$$12 - 5 = 7 \text{ et } 12 \times 5 - (12 + 5) = 60 - 17 = 43.$$

Les nombres cherchés sont 12 et 5.

E.

On part de la forme canonique pour exploiter les coordonnées du sommet.

On cherche un réel $a \neq 0$ tel que $f(x) = a(x + 2)^2 - 5$.

De plus, $f(1) = 4$, ce qui donne $a \times 9 - 5 = 4$, $a = 1$.

Donc $f(x) = (x + 2)^2 - 5$.