DIFFERENTS CALCUL DE LA MOYENNE D'UNE SERIE STATISTIQUE
(correction de l'activité module du 04/05/07)

{5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 9, 9, 11, 11, 13, 13, 14, 16, 18, 18} $\overline{m_1}=\frac{192}{19}\approx 10,11$

{11, 12, 12, 12, 13, 13, 14, 16, 18, 24, 25, 25, 25, 31, 32, 32, 32, 32} $\overline{m_2}=\frac{379}{18}\approx 21,06$

{1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 4, 7, 7, 7, 8, 9, 9, 11, 16, 18} $\overline{m_3}=\frac{123}{21}\approx 5,86$

CALCUL DE LA MOYENNE APRES REGROUPEMENT PAR CLASSES

Classes	$[0,4[$	$[4,8[$	$[8,12[$	$[12,16[$	$[16,20[$
Effectifs	$n_1=0$	$n_2=7$	$n_3=6$	$n_4=3$	$n_5=3$
Centre de la classe	$c_1=2$	$c_2=6$	$c_3=10$	$c_4=14$	$c_5=18$

$N_1 = 19$

Classes	$[10,14[$	$[14,18[$	$[18,22[$	$[22,26[$	$[26,30[$	$[30,34[$
Effectifs	$n_1=6$	$n_2=2$	$n_3=1$	$n_4=4$	$n_5=0$	$n_6=5$
Centre de la classe	$c_1=12$	$c_2=14$	$c_3=20$	$c_4=24$	$c_5=28$	$c_6=32$

$N_2 = 18$

Nouvelles moyennes avec les formules suivantes :

$$\overline{m'_1}=\frac{1}{N_1}(\sum_{i=1}^{5} c_i\times n_i)=\frac{1}{19}\times(2\times0+6\times7+10\times6+14\times3+18\times3)=\frac{198}{19}\approx 10,42$$

$$\overline{m'_2}=\frac{1}{N_2}(\sum_{i=1}^{6} c_i\times n_i)=\frac{1}{18}\times(12\times6+16\times2+20\times1+24\times4+28\times0+32\times5)=\frac{380}{18}\approx 21,11$$

Après avoir regroupé les termes dans une classe on ne sait plus comment s'y répartissent les valeurs initiales. Aussi, par convention, on considère que toutes les valeurs regroupées dans une même classe prennent arbitrairement la valeur centrale de cette classe :

$$c_i=\frac{max\ classe\ i+min\ classe\ i}{2}$$

Nouveaux calculs avec les fréquences d'apparition des notes :

Définition : on appelle fréquence f_i du caractère x_i le quotient $f_i=\frac{n_i}{N}$

Classes	$[0,4[$	$[4,8[$	$[8,12[$	$[12,16[$	$[16,20[$
Effectifs	$n_1=0$	$n_2=7$	$n_3=6$	$n_4=3$	$n_5=3$
fréquence	$f_1=\frac{0}{19}=0$	$f_2=\frac{7}{19}\approx 0,368$	$f_3=\frac{6}{19}\approx 0,316$	$f_4=\frac{3}{19}\approx 0,158$	$f_5=\frac{3}{19}\approx 0,158$
Centre de la classe	$c_1=2$	$c_2=6$	$c_3=10$	$c_4=14$	$c_5=18$

On peut alors calculer la moyenne avec une nouvelle formule :

$$\overline{m''_1}=\sum_{i=1}^{5} c_i\times f_i\approx 2\times0+6\times0,368+10\times0,316+14\times0,158+18\times0,158\approx 10,42$$

PROPRIETES DE LA MOYENNE
(correction de l'activité module du 04/05/07)

Soit la série de 14 valeurs :

10,010	10,012	10,013	10,013	10,013	10,013	10,014
10,014	10,014	10,015	10,015	10,016	10,016	10,017

$\overline{M} \approx 10{,}01393$

On calcule la moyenne arithmétiqued $\overline{m}$ de la série suivante

10	12	13	13	13	13	14
14	14	15	15	16	16	17

$\overline{m} \approx 13{,}93$

la formule suivante permet apparemment de relier $\overline{M}$ et $\overline{m}$:

$$\frac{\overline{m}}{1000} + 10 \approx 10{,}01393$$

cette valeur est ***<u>égale</u>*** à celle de $\overline{M}$

On appelle y_i les termes de la série de la question 4 et x_i ceux de la série ayant donné $\overline{m_4}$

On a alors la relation entre x_i et y_i :

$$x_i = \frac{y_i}{1000} + 10$$

On a alors les relations entre les moyennes de ces deux séries :

$$\overline{M} = \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right) = \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N} \frac{y_i}{1000} + 10\right) = \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N} \frac{y_i}{1000}\right) + \frac{1}{N} \times (N \times 10) = \sum_{i=1}^{N} \frac{y_i}{1000} + 10 = \frac{\overline{m}}{1000} + 10$$

Ce qui prouve le résultat conjecturé.

Avec $N = 14$ et les valeurs de la série on retrouve le résultat précédent.

<u>On peut alors établir les deux propriétés :</u>

<u>Propriété 1</u> :

Lorsqu'on ajoute une constante C à tous les termes d'une série statistique on augmente la moyenne de cette série d'une valeur égale à C

<u>Propriété 2</u> :

Lorsqu'on multiplie tous les termes d'une série statistique par une constante k on multiplie la moyenne de cette par la valeur k

Ces propriétés sont liées à la linéarité de la formule donnant la moyenne d'une série statistique.

On peut les traduire de la façon suivante :

Si (a, b) sont des réels et (x_i, y_i) les termes de deux séries statistiques de moyennes $\overline{x}$ et $\overline{y}$ et liés par la relation affine $x_i = a y_i + b$

Alors leurs moyennes sont liées par la même relation affine $\overline{x} = a\,\overline{y} + b$