IRIS_1	**DEVOIR 1** *(Durée : 2h)*	LE ....

- PAS DE CALCULETTE -

EXERCICE 1 : *(EXTRAIT SUJET BTS : EQUATION DIFFERENTIELLE)*

On considère l'équation différentielle (E) suivante :

$$(E) : \frac{1}{2}\times y'(t) + y(t) = 10 - \beta$$

où y désigne une fonction dérivable de la variable t et β une constante réelle.

1. Montrer que la fonction h définie pour tout nombre réel t par $h(t) = 10 - \beta$ est solution de (E).
2. Résoudre l'équation différentielle (E).
3. Montrer que la fonction f, solution de l'équation différentielle (E) et qui vérifie $f(0) = 10$ est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(t) = \beta e^{-2t} + 10 - \beta$
4. Calculer $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t)$ que l'on note f_∞

EXERCICE 2 : *(EXTRAIT SUJET BTS : FONCTION)*

1. Soit la fonction numérique g définie sur $[0 ; \pi]$ par $g(t) = (1 + \cos^2 t)\times\sin^2 t$
   1*a*. Exprimer $g(-t)$ et conclure sur la parité de g.
   1*b*. Montrer que $g'(t) = 4\times\sin t\times\cos^3 t$
   1*c*. En déduire les variations de g sur $[0 ; \pi]$

2. Soit la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$, paire, périodique de période 1 telle que :

$$\begin{cases} f(t) = \frac{1}{2} - \tau \text{ si } 0 \le t < \tau \\ f(t) = -\tau \text{ si } \tau \le t < \frac{1}{2} \end{cases}$$

où τ est un nombre réel tel que $0 \le \tau < \frac{1}{2}$

Représenter la fonction f sur l'intervalle $[-1 ; 1]$ pour $\tau = \frac{1}{6}$

EXERCICE 3 : *(COMPLEXES ? OUI, MAIS NON !)*

On donne : $z_1 = \sqrt{6} - i\times\sqrt{2}$ et $z_2 = 2(1 - i)$

On définit $z = \frac{z_1}{z_2}$

a) Donner la forme trigonométrique de z_1 et z_2.
b) En déduire la forme trigonométrique de z.
c) Donner la forme algébrique de z.
d) En déduire la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

EXERCICE 4 : *(EQUATIONS TRIGONOMETRIQUES)*

Résoudre les équations suivantes :

a) $\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\cos x + \sqrt{3}\times\sin x = \sqrt{2}$

Vous devez apporter le plus grand soin à la rédaction de votre copie.