Détermination directe d'une tangente en un point quelconque d'une courbe

Méthode : on se place en un point d'abscisse a (par exemple) de la courbe et que le coefficient obtenu va dépendre de a.

Exemple : reprenons l'exemple précédent mais sans nous fixer d'abscisse cette fois-ci.
$f(x) = x^2 + 2x - 3$ au point d'abscisse a

Exemple
$f(x) = x^2 + 2x - 3$ au point d'abscisse a

Nous sommes donc conduits à étudier : $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$

Ce qui nous donne $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h} = \dfrac{(a+h)^2+2(a+h)-3-(a^2+2a-3)}{h} =$

$\dfrac{h^2 + 2ah+2h}{h} = h + 2a+2$

Or ce rapport tend bien vers 2a+2 quand h tend vers 0.
Le réel 2a + 2 est donc le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point (a, f(a)).
Son équation est donc : $y = (2a+2)x + p$
Le réel p est déterminé par le fait que cette tangente passe (bien évidemment) par le point (a , f(a) et par conséquent : $a^2 + 2a - 3 = (2a+2)a + p$
Ce qui donne : $p = -a^2 - 3$
l'équation cherchée est donc : $y = (2a + 2)x - (a^2 + 3$

Remarque : nous venons en fait de déterminer toute une famille de droites qui est l'ensemble des tangentes à la courbe de la fonction f.