expressions avec radicaux - correction

Stéphane Foresti - 2^{nde} 10

activité dirigée du 06 octobre 2006

fraction comportant une racine carrée au dénominateur

$$\frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7} \qquad \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3} \qquad \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{6}}{3} \qquad \frac{3}{\sqrt{27}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Le détail de la méthode utilisée fait l'objet d'une fiche *"techniques et méthodes"*

fraction comportant une somme ou une différence de racines carrées au dénominateur

$$\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{11}} = -\frac{\sqrt{3}+\sqrt{11}}{4} \qquad \frac{3}{\sqrt{2}-1} = 3\sqrt{2}+3 \qquad \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = 3+2\sqrt{2} \qquad \frac{2}{\sqrt{11}-3} = \sqrt{11}+3 \qquad \frac{2\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}+1} = \frac{13-\sqrt{7}}{6}$$

Le détail de la méthode utilisée fait l'objet d'une fiche *"techniques et méthodes"*

comparer des réels dont l'écriture comporte des racines carrées

1. En développant avec $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ on a

$$\left(\sqrt{6}-2\sqrt{5}\right)^2 = \left(\sqrt{6}\right)^2 - 2 \times \sqrt{6} \times 2\sqrt{5} + \left(\sqrt{5}\right)^2 = 26 - 4\sqrt{30}$$

   Mais on n'a pas $\sqrt{6}-2\sqrt{5} = \sqrt{26-4\sqrt{30}}$ car $\sqrt{6}-2\sqrt{5} < 0$: on a donc

$$\sqrt{26-4\sqrt{30}} = -\left(\sqrt{6}-2\sqrt{5}\right) = 2\sqrt{5}-\sqrt{6}$$

2. En élevant A et B au carré (les deux sont positifs) on trouve $A = B$
   Cependant si on fait $A-B$ à la calculatrice certains modèles ne donnent pas 0 : ceci est dû aux arrondis réalisés par la machine qui faussent certains calculs. Il faut donc être vigilant avant d'utiliser la machine à calculer et toujours rechercher d'abord une simplification des nombres proposés lorsque c'est possible.

3. $\left(5\sqrt{3+\frac{2}{25}}\right)^2 = 25 \times \left(3+\frac{2}{25}\right) = 125 < 126$

4. on donne $13 = 14-1$ et $15 = 14+1$ c'est à dire $13 \times 15 = (14-1)\times(14+1) = 14^2 - 1$. On a alors :

$$A = \sqrt{1+12\sqrt{1+13\times 15}} = \sqrt{1+12\sqrt{1+14^2-1}} = \sqrt{1+12\times 14}$$

   et en reprenant la même technique : $12 \times 14 = (13-1)\times(13+1) = 13^2 - 1$. On obtient finalement :

$$A = \sqrt{1+12\times 14} = \sqrt{1+13^2-1} = 13$$