

Aix-Marseille 93

On donne $a = \sqrt{2}$ et $b = 1 - \sqrt{2}$

Ecrire les nombres suivants sous la forme $x + y\sqrt{2}$, où x et y sont deux nombres entiers qu'il faudra calculer (x et y peuvent être éventuellement nuls) :

$$a + b ; \quad ab ; \quad a^3 ; \quad b^2 ; \quad a^3 b^2.$$

$$a + b = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + 1 = \boxed{1}$$

$$ab = \sqrt{2}(1 - \sqrt{2}) = \sqrt{2} - 2 = \boxed{-2 + \sqrt{2}}$$

$$a^3 = (\sqrt{2})^3 = \boxed{2\sqrt{2}}$$

$$b^2 = (1 - \sqrt{2})^2 = 1 - 2\sqrt{2} + 2 = \boxed{3 - 2\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} a^3 b^2 &= (\sqrt{2})^3 (1 - \sqrt{2})^2 \\ &= 2\sqrt{2} (3 - 2\sqrt{2}) \\ &= 6\sqrt{2} - 8 \\ &= \boxed{-8 + 6\sqrt{2}} \end{aligned}$$