

فرض محروس رقم 3  
الدورة الثانية

## موضوع الفرض

## التقيد

تمرين 1

(1) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $I = [0, +\infty[$  بـ  $g(t) = \frac{2t}{1+t} - \ln(1+t)$  :  
ادرس تغيرات  $g$  على المجال  $I$  واستنتج انه يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha$  يحقق  $g(\alpha) = 0$  و  $3 < \alpha < 4$

(2) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[0, +\infty[$  بـ :  
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\ln(1+x^2)}{x} ; x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

أ - ادرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على اليمين في العدد 0 وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها .

ب - ادرس الفرع اللانهائي لمنحنى الدالة  $f$  بجوار  $+\infty$

ج - بين أن :  $\forall x \in ]0, +\infty[ : f'(x) = \frac{g(x^2)}{x^2}$

د - ادرس تغيرات  $f$  مغللا جوابك وأنشئ منحنى الدالة  $f$

التمرين الثاني

يحتوي صندوق على ثلاث كرات حمراء وكرتين خضراوين . نسحب كرة واحدة من الصندوق نعيدها إليه ونستمر في تكرار هذه العملية إلى أن نحصل على 3 كرات خضراء عندها نتوقف عن السحب . ليكن  $P_n$  احتمال التوقف عند السحبة رقم  $n$

احسب  $P_3$  وبين أن  $P_4 = \frac{72}{625}$  وحدد  $P_n$  بدلالة  $n$  لكل  $n \in \mathbb{N}$  مع  $n \geq 3$  .

التمرين الثالث

يتشكل تلاميذ الثانية علوم رياضية من 32 تلميذا من بينهم 11 من الإناث من بينهن تلميذة تدعى هاجر وتلميذة تدعى ابتسام  
80% من الذكور و70% من الإناث من مدمني موقع *Facebook*

(1) لحضور ملتقى إشهاري لبعض المدارس والمعاهد ولكون عدد الدعوات محدودا في ثلاثين تلميذا من القسم فقد تم إجراء قرعة للحسم في اختيارهم . ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يساوي عدد التلاميذ الذكور الذين لم تشملهم القرعة .  
حدد قانون احتمال  $X$  .

(2) عند انتظار الأستاذ يقف جميع تلاميذ القسم وبطريقة عشوائية في صف واحد (واحد وراء آخر)  
احسب احتمال كل من الحدثين  $A$  و  $B$  التاليين :

$A$  : جميع الذكور يقفون جنبا إلى جنب وجميع الإناث يقفون جنبا إلى جنب في الصف .

$B$  : هاجر تقف بجانب ابتسام في الصف .

(3) نختار عشوانيا فردا من القسم

أ - ما هو احتمال أن يكون ذكرا وليس من مدمني *Facebook*

ب - ما هو احتمال أن يكون من مدمني *Facebook*

ج - إذا علمت انه من مدمني *Facebook* فما هو الاحتمال لكي يكون من الذكور .

التمرين 4

لتكن  $F(IR, IR)$  مجموعة الدوال العددية المعرفة من  $IR$  إلى  $IR$  نذكر أن  $(F(IR, IR), +, \cdot)$  فضاء متجهي حقيقي

نضع  $E = \{f \in F(IR, IR) / f : x \rightarrow (ax+b)e^{-2x} / (a, b) \in IR^2\}$

(1) بين أن  $(E, +, \cdot)$  فضاء متجهي حقيقي

(2) بين أن الأسرة  $B = (f_1, f_2)$  حيث  $f_1 : x \rightarrow e^{-2x}$  و  $f_2 : x \rightarrow xe^{-2x}$  أساس لـ  $(E, +, \cdot)$  :

(3) لتكن  $f : x \rightarrow (ax+b)e^{-2x}$  حيث  $(a, b) \in IR^2$  عنصرا من  $E$  ولتكن  $f'$  مشتقة  $f$  ولتكن  $F$  الدالة الأصلية لـ  $f$

التي تنعدم في 0

حدد إحداثيتي كل من  $f'$  و  $F$  بالنسبة للأساس  $B$