Sujet de type Brevet n°21

I - ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice 1 (3,5 points)

1. $A = (3x - 1)(5x + 2) - (5x + 2)^2$
$= 15x^2 + 6x - 5x - 2 - (25x^2 + 20x + 4)$
$= 15x^2 + 6x - 5x - 2 - 25x^2 - 20x - 4$
$= \mathbf{-10x^2 - 19x - 6}$

2. Pour $x = 3$:

* $A = (3x - 1)(5x + 2) - (5x + 2)^2$
$= (3 \times 3 - 1)(5 \times 3 + 2) - (5 \times 3 + 2)^2$
$= (9 - 1)(15 + 2) - (15 + 2)^2$
$= 8 \times 17 - 17^2$
$= 136 - 289 = \mathbf{-153}$

* $A = -10x^2 - 19x - 6$
$= -10 \times 3^2 - 19 \times 3 - 6$
$= -10 \times 9 - 57 - 6$
$= -90 - 57 - 6 = \mathbf{-153}$

Exercice 2 (4 points)

1. $10 + 5(3x - 8) = 4x - 2{,}5$
$10 + 15x - 40 = 4x - 2{,}5$
$15x - 4x = -2{,}5 - 10 + 40$
$11x = 27{,}5$
$x = \dfrac{27{,}5}{11}$
$x = \mathbf{2{,}5}$

La solution de l'équation est 2,5

Vérification : $10 + 5(3 \times \mathbf{2{,}5} - 8) = 10 + 5(7{,}5 - 8) = 10 + 5 \times (-0{,}5) = 10 - 2{,}5 = \underline{7{,}5}$
$4 \times \mathbf{2{,}5} - 2{,}5 = 10 - 2{,}5 = \underline{7{,}5}$

2. B = + × = + = + = =

3. C = = = $144 \times 10^{-3} = \mathbf{0{,}144}$
L'écriture scientifique de C est $\mathbf{1{,}44 \times 10^{-1}}$.

Exercice 3 (4,5 points)

Voici la série de notes ordonnée : 4 – 5 – **5** – 5 – 11 – 13 – 13 – 13 – **14** – 14 – 16 – 16.

médiane

1. = = = **10,75**.
La moyenne de cet élève au cours du 2ème trimestre est 10,75.

2. La série comporte 12 notes. = 6.
Donc la médiane de cette série de notes se situe entre la 6e et la 7e valeur de la série.
Donc **la médiane de cette série de notes est 13**.

3. La série de comporte 12 notes. $0{,}25 \times 12 = 3$ et $0{,}75 \times 12 = 9$.
Donc le 1er quartile est la 3e valeur et le 3e quartile est la 9e valeur de cette série.
Donc **le 1er quartile de cette série est 5 et le 3e quartile de cette série est 14**.

4. Il y a 8 notes sur 12 au dessus de 10.
× 100 = ≈ 67. **Il y a environ 67 % de notes au dessus de 10.**

II - ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (13 points)

Exercice 5 (4 points)

La hauteur du cône vaut 5 cm. (12 – 7 = 5).
La base du cylindre et du cône est un disque de rayon 6 dm (12 : 2 = 6).
On calcule son aire : $B = \pi r^2 = \pi \times 6^2 = \mathbf{36\,\pi}$. L'aire du disque vaut **36 π dm²**.

1. $V_1 = B \times h = 36\,\pi \times 7 = \mathbf{252\pi}$. **Le volume du cylindre vaut 343π dm³** .

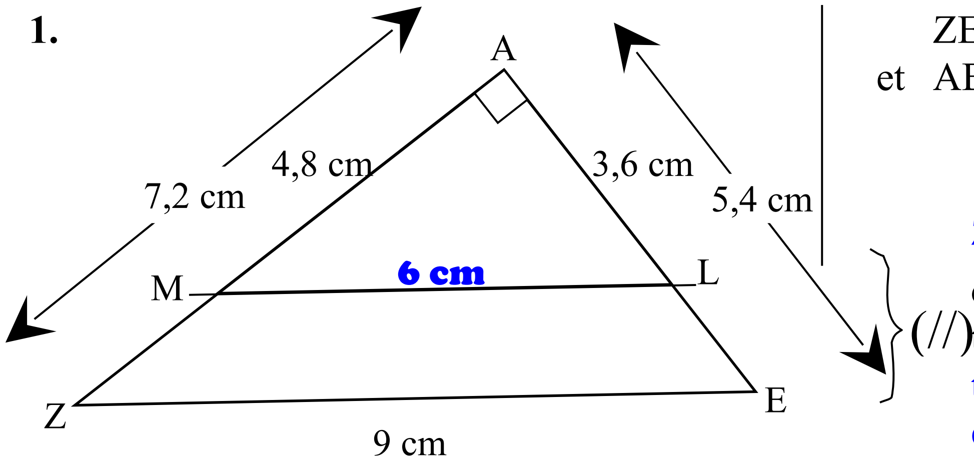
2. $V_2 = \frac{B\times h}{٣} = \frac{٣٦\pi \times ٥}{٣} = 12\pi \times 5 = \mathbf{60\pi}$ **Le volume du cône vaut 60π dm³** .

3. $V = V_1 + V_2 = 252\pi. + 60\pi = \mathbf{312\pi}$. **Le volume du réservoir vaut 312π dm³** .

4. 1 dm³ = 1 L et $312\pi \approx 980{,}2$.
Donc le réservoir ne peut pas contenir 1000 L (son volume est proche de 980,2 L)

Exercice 5 (9 points)

1.



2. On compare ZE^2 et $AE^2 + AZ^2$:

$ZE^2 = 9^2 = \underline{\mathbf{81}}$

et $AE^2 + AZ^2 = 7{,}2^2 + 5{,}4^2$
$= 51{,}84 + 29{,}16$
$= \underline{\mathbf{81}}$

$\mathbf{ZE^2 = AE^2 + AZ^2}$,

donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle AZE est rectangle en A.**

3. On compare $\frac{AZ}{AM}$ et $\frac{AE}{AL}$: $\frac{AZ}{AM} = \frac{٥,٤}{٣,٦} = \mathbf{1{,}5}$ et $\frac{AE}{AL} = \frac{٧,٢}{٤,٨} = \mathbf{1{,}5}$.

$\frac{AZ}{AM} = \frac{AE}{AL}$ et les points A, M, Z et A, L, E sont alignés dans le même ordre,
donc d'après la réciproque du théorème de Thalès,
les droites (ML) et (ZE) sont parallèles.

4. <u>1ère méthode</u> :
- Les points A, M et Z sont alignés. Les points A, L et E sont alignés.
- Les droites (ML) et (ZE) sont parallèles.

On peut appliquer le théorème de Thalès aux triangles AZE et AML :
$\frac{AE}{AL} = \frac{ZE}{ML}$ d'où $\frac{٩}{ML} = 1{,}5$ ce qui donne $ML = \frac{٩}{١,٥} = 6$Donc **ML = 6 cm** .

<u>2ème méthode</u> :
Le triangle AZE est rectangle en A, donc le triangle AML aussi.
On peut donc appliquer le théorème de Pythagore au triangle AML rectangle en A :
$ML^2 = AL^2 + AM^2 = 4{,}8^2 + 3{,}6^2 = 23{,}04 + 12{,}96 = 36$.
$ML = \sqrt{٣٦}$ cm = 6 cm. Donc **ML = 6cm**.

III - PROBLEME (12 points)

1ère Partie : *Le théâtre.*

1. Pour la dernière colonne :
   Pour déterminer le nombre de spectacles : 90 – 35 = 55 et 55 : 5 = **11**.
   Pour déterminer le prix avec le tarif P : $10 \times 11 = \mathbf{110}$.

Nombre de spectacles	2	**4**	**11**
Dépense de M. Purgon en €	**20**	40	**110**
Dépense de M. Scapin en €	**45**	**55**	90

2. Avec le **tarif P**, on multiplie le nombre de spectacle par 10 : donc : $\mathbf{p(x) = 10x}$.
   Avec le **tarif S**, on multiplie le nombre de spectacle par 5 et on ajoute 35
   donc : $\mathbf{s(x) = 5x + 35}$

3. On résout l'équation $p(x) = s(x)$, c'est-à-dire :
   $$10x = 5x + 35$$
   $$10x - 5x = 35$$
   $$5x = 35$$
   $$x = \frac{٣٥}{٥} = \mathbf{7}$$

   La solution de l'équation est **7** .

   Pour $x = 7$: $p(x) = 10 \times \mathbf{7} = \underline{70}$
   $s(x) = 5 \times \mathbf{7} + 35 = 35 + 35 = \underline{70}$

   La solution de l'équation correspond au nombre de spectacles (7 spectacles) pour lequel on payera le même prix avec les deux tarifs (70 €).

2ème Partie : *Etude d'une fonction linéaire.*

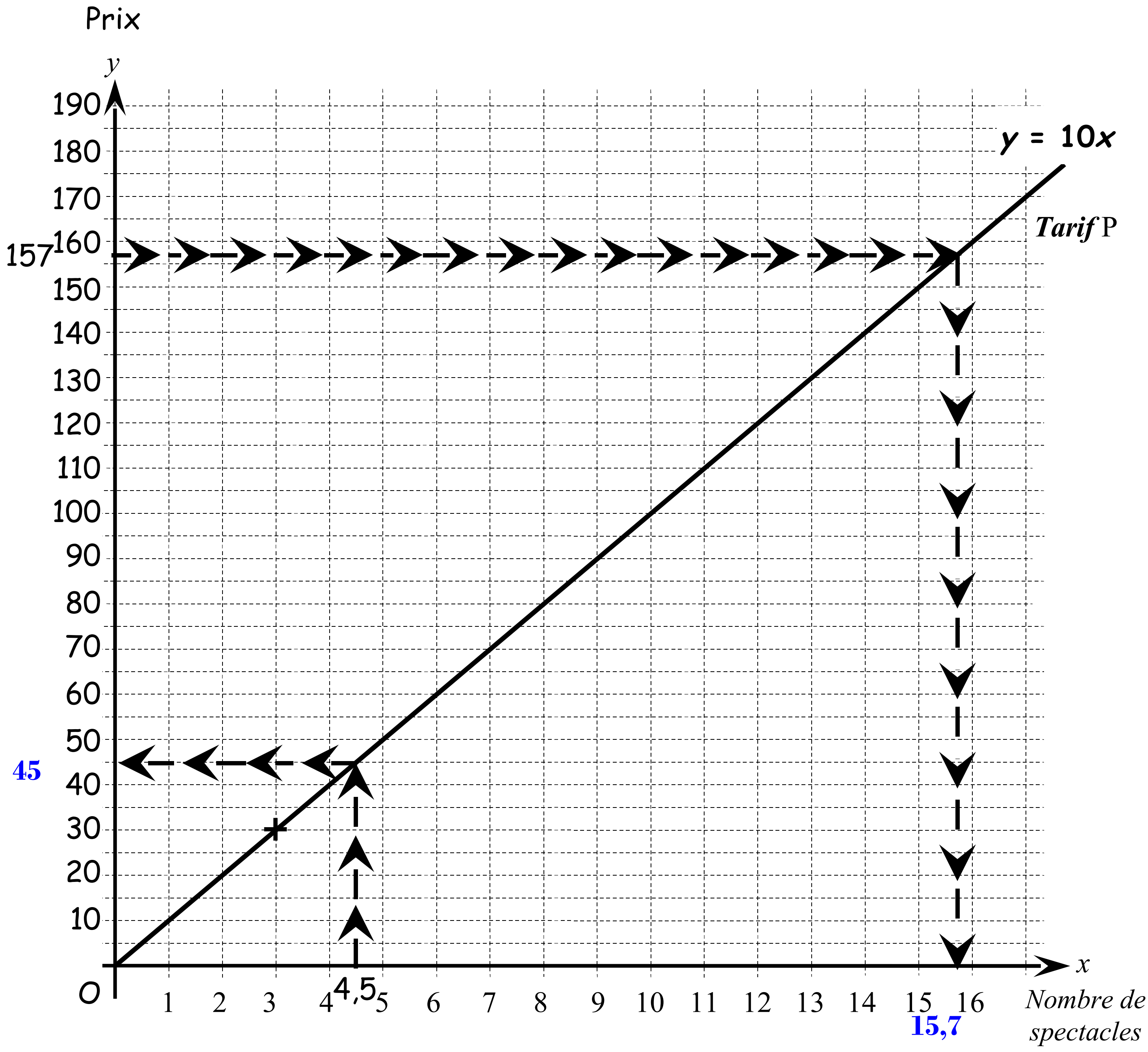
1. $p(3) = 10 \times 3 = 30$. Donc $p(3) = \mathbf{30}$.

2. On résout l'équation $p(x) = 90$, c'est-à-dire $10x = 90$ d'où $x = \frac{٩٠}{١٠} = \mathbf{9}$.

   Le nombre dont l'image est 90 est : **9** .

3. p est une fonction linéaire.
   La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère.
   Le calcul de la question **1.** nous donne un deuxième point de coordonnées (3 ; 30).

4. Par lecture graphique : ***a.*** l'image de 4,5 par la fonction p est **45**.
   b. le nombre dont l'image est 157 par la fonction p est **15,7** .



Prix
y
190
180
170
160
157
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
45
40
30
20
10
O
y = 10x
Tarif P
x
1
2
3
4
4,5
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
15,7
Nombre de spectacles