Chapitre 1 : La proportionnalité (1ère partie)

I) Reconnaitre une situation de proportionnalité à l'aide de la définition

Deux grandeurs sont dites proportionnelles si l'une est obtenue en multipliant l'autre par un même nombre appelé « coefficient de proportionnalité »

Exemple 1 : Le prix et la masse de raisin introduit dans le sac d'un épicier sont proportionnel s. On multiplie la masse en kg par 5,2 pour obtenir le prix à payer en €.
5,2 est le coefficient de proportionnalité de cette situation de proportionnalité .Dans la vie courante, c'est le prix au kg !
Exemple 2 : Le prix et la masse d'un ananas ne sont pas proportionnels : l'ananas est vendu à la pièce soit environ selon la saison et la provenance 2,5€ l'ananas.

Masse d'un ananas en kg	0,7	0,9	1,1	1,3
Prix en €	2,5	2,5	2,5	2,5

Il n'existe pas de coefficient permettant de passer d'une ligne à l'autre !
Mais le prix et le nombre d'un ananas sont 2 grandeurs proportionnelles de coefficient de proportionnalité 2,5.
Remarque 1 : Nous avons vu à travers les exercices que 2 coefficients de proportionnalité peuvent convenir pour un même tableau

coefficient 1 de proportionnalité x 6,4

Distance (en km)	5
Durée (en min)	32

coefficient 2 de proportionnalité x 0,15625

Le coefficient 1 de proportionnalité est 6,4 car $32 \div 5 = \frac{32}{5} = \frac{64}{10} = 6,4$.
En effet, en multipliant la distance par 6,4, nous obtenons la durée .

Le coefficient 2 de proportionnalité est 0,15625 car

$$\begin{array}{r|l} 5 & 32 \\ \underline{-\,0} & 0,15625 \\ 50 & \\ \underline{-32} & \\ 180 & \\ \underline{-160} & \\ 200 & \\ \underline{-192} & \\ 80 & \\ \underline{-64} & \\ 160 & \\ \underline{-160} & \\ 0 & \end{array}$$

Rappel à l'oral de règles de base de la division :
- le quotient se calcule chiffre par chiffre.
- il y a autant de chiffres au quotient que de soustractions sous le dividende.
- le reste doit toujours être plus petit que le quotient .

En effet, en multipliant la durée par 0,15625, nous obtenons la distance
Remarque 2 : Nous avons inverser le processus à l'aide de divisions

÷ 6,4

Distance (en km)	5
Durée (en min)	32

÷ 0,15625

Attention : à faire de vraies flèches , pour savoir dans quel sens nous travaillons !

Remarque 3 : Rappelons que les divisions avec un diviseur décimal, ne se pose pas directement.

$32 \div 6,4 = \frac{32}{6,4} = \frac{320}{64}$ <-- qui se pose !

Cependant ici, nous remarquons que 64 est le double de 32 donc $\frac{320}{64} = \frac{10}{2} = 5$

Remarque 4 : La méthode du coefficient de proportionnalité est la plus **efficace** si le tableau comporte plus de 3 colonnes que se soit pour reconnaître une situation de proportionnalité ou pour compléter un tableau.

Distance sur la carte (en cm)	1,6	1,4	1,8	2,3
Distance réelle (en km)	8	7	9	11

Comme il est trivial que 8 x2 =16 , on sait que 8x0,2 =1,6

De plus, 7 x 0,2 = 1,4

9 x 0,2 = 1,8

mais 11 x 0,2 ≠ 2,3

Donc ce tableau ne représente pas une situation de proportionnalité (et comme vous l'avez reconnue , la carte n'est pas à l'échelle !)

II) Utiliser la linéarité

1) Le coefficient de linéarité

si les nombres d'une colonne sont obtenus en multipliant les nombres d'une autre colonne par un même nombre, ce nombre est appelé « coefficient de linéarité »

Les remarques 1 et 2 faites sur le coefficient de proportionnalité s'appliquent aux coefficients de linéarité.

La méthode du coefficient de linéarité est la plus **efficace** si le tableau comporte plusieurs grandeurs.

Nombre de personnes	4	10
Volume de lait (en L)	0,75	
Masse de fleur de maïs (en g)	60	
Masse de sucre vanillé (en g)	9	
Volume de caramel liquide (en cL)	5	
Masse de sucre	60	

Le coefficient de linéarité est 2,5 car $10 \div 4 = \frac{5}{2} = 2,5$

En effet , en multipliant les nombres de la première colonne par 2,5 , nous obtenons les nombres de la 2°colonne.

2) Lien entre plusieurs colonnes

Une fois les quantités pour 4 personnes calculées , nous pouvons facilement déterminer les quantités pour 14 personnes ou pour 6 personnes : à l'aide de sommes algébriques .

Nombre de personnes	4	10	14	6
Volume de lait (en L)	0,75			
Masse de fleur de maïs (en g)	60			
Masse de sucre vanillé (en g)	9			
Volume de caramel liquide (en cL)	5			
Masse de sucre	60			

III) Produit en croix OU règle de trois

1) Introduction

Dans le tableau de proportionnalité ci-dessous, déterminons la valeur manquante, à l'aide du coefficient de proportionnalité :

La valeur manquante est égale à : $8 \times \frac{7}{5} = \frac{8\times7}{5} = \frac{56}{5}$ =11,2

5	8
7	

2) Pourquoi parle-t-on de produit en croix ?

On remarque : 8×7 = 56 et 5×11,2 =56

Les 2 « branches de la croix » donnent le même produit.

3) Exercices types : Vérifions, à l'aide du produit en croix, que les tableaux ci-dessous sont des tableaux de proportionnalité

5	8
9	14,4

Le premier produit est :8x9=72

Le second produit est : 5x14,4=72,0

Donc nous sommes bien dans une situation de proportionnalité car les 2 produits sont égaux

15	9
12	7

Le premier produit est :12x9=108

Le second produit est : 15x7=105

Donc nous ne sommes pas dans une situation de proportionnalité

4) Déterminer la 4° proportionnelle, à l'aide de l'égalité des produits en croix,

8	5
7	

Le 1e produit est 5x7=35

Le 2e produit est 8x....= 35

La 4° valeur est $\frac{35}{8}$ =4,375

40	15
11	

Le 1er produit est 11x15 = 165

Le 2e produit est 40x....= 165

La 4° valeur est $\frac{165}{40} = 4{,}125$

Remarque : nous pouvons donc calculer directement , en multipliant déjà les nombres de la branche puis en divisant par le dernier nombre . C'est ce qui est appelée la règle de TROIS .

6	22
15	

Faire la croix sans relever le stylo en direction des nombres !!

15 x22 = 30 + 3 = 33 et 33 ÷ 6 =$\frac{11}{2}$ = 5,5

Donc la 4° valeur du tableau est 5,5

A savoir : Les pourcentages ; les échelles et les vitesses moyennes ne sont que des cas particuliers de proportionnalité