Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère, P_1 et P_2 sont les paraboles qui représentent respectivement les fonctions $f(x) = 3x^2 - 7x - 20$ et $g(x) = x^2 - 2x + 5$.

1) a) Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$

b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de P_1 et P_2.

2) a) Déterminer le signe de $f(x) - g(x)$ suivant les valeurs de x.

b) En déduire la position relative des paraboles P_1 et P_2.

Remarque : on pourra vérifier les résultats en traçant P_1 et P_2 sur la calculatrice.

Correction

Dans le plan muni d'un repère, P_1 et P_2 sont les paraboles qui représentent respectivement les fonctions $f(x) = 3x^2 - 7x - 20$ et $g(x) = x^2 - 2x + 5$.

1) a) Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$

> $f(x) = g(x)$ est équivalent à $3x^2 - 7x - 20 = x^2 - 2x + 5$ soit $2x^2 - 5x - 25 = 0$.
>
> Le discriminant du trinôme $2x^2 - 5x - 25$ est égal à 225; on a donc deux racines qui sont $x_1=\frac{5-\sqrt{225}}{4}=\frac{5-15}{4}=\frac{-10}{4}=-\frac{5}{2}$ et $x_2=\frac{5+\sqrt{225}}{4}=\frac{5+15}{4}=\frac{20}{4}=5$.

b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de P_1 et P_2.

> Les abscisses des points d'intersection de P_1 et P_2 sont les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$. On a donc deux points d'intersection d'abscisses respectives $-\frac{5}{2}$ et 5. Les ordonnées de ces points sont respectivement $g(-\frac{5}{2})=\frac{25}{4}-2\times\frac{-5}{2}+5=\frac{65}{4}$ et $g(5)=25-2\times 5+5=20$.

2) a) Déterminer le signe de $f(x) - g(x)$ suivant les valeurs de x.

> $f(x) - g(x) = 2x^2 - 5x - 25$. Ce trinôme a deux racines $-\frac{5}{2}$ et 5 et il est du signe de 2 à l'extérieur des racines. Ainsi $f(x) - g(x) > 0$ sur $]-\infty;-\frac{5}{2}[\cup]5;+\infty[$ et
>
> $f(x) - g(x) < 0$ sur $]-\frac{5}{2};5[$.

b) En déduire la position relative des paraboles P_1 et P_2.

> P_1 est au dessus de P_2 lorsque $f(x) - g(x) > 0$ et P_1 est en dessous de P_2 lorsque $f(x) - g(x) < 0$.

Remarque : on pourra vérifier les résultats en traçant P_1 et P_2 sur la calculatrice.