Le point sur la factorisation

Factoriser une expression revient à transformer
une somme en un produit de facteurs .

Quelles sont les méthodes de factorisation ?

1) On cherche un facteur commun

exemple 1 : $A(x) = 4x^2 - 3x$: on reconnaît x comme facteur commun
$= x(4x-3)$

exemple 2 : $B(x) = (x+1)(2x+3) - (x+1)^2 - 4(x+1)$
$= \underline{(x+1)}(2x+3) - \underline{(x+1)}^2 - 4\underline{(x+1)}$: $(x+1)$ est facteur commun
Donc $B(x) = \underline{(x+1)}\left[(2x+3) - (x+1) - 4\right]$
$= (x+1)(x-2)$

Les conseils du prof :

- a ,b et c pouvant représenter des parenthèses , on a :

$ab + ac = a(b+c)$
$ab + ac + ad = a(b+c+d)$

s'il y a n termes dans la forme développée initiale
alors il y aura n termes dans la parenthèse

- $ab + a = a(b+1)$: ne pas oublier le terme 1 dans la parenthèse
en développant , on doit retrouver l'expression initiale .

- les écritures suivantes sont égales ou équivalentes :

$$2(x+1)(x-3) = (2x+2)(x-3) = (x+1)(2x-6)$$

on multiplie une seule des deux parenthèses par le facteur 2

On peut faire passer le facteur 2 devant le produit de facteurs

- idem avec le facteur (-1) : $(2x+4)(2-x) = -(2x+4)(x-2) = -(-2x-4)(2-x)$

C'est à dire , en généralisant : $\boxed{-ab = (-a)\times b = a\times(-b)}$

- il se peut que le facteur commun soit " caché " par un facteur réel

exemple : $C(x)=(x-1)^2+(x+3)(2-2x)$: il n'y pas de facteur commun apparent

$=\underline{(x-1)}^2-2(x+3)\underline{(x-1)}$: on le fait d'abord apparaître

$=\underline{(x-1)}\left[(x-1)-2(x+3)\right]$: puis on factorise

$=(x-1)(-x-7)$: on simplifie

2) On utilise les identités remarquables

rappel des formules :

pour tous réels a et b : $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

exemple 1 : Dans $A(x)=(x+4)^2-9x^2$: on utilise l'identité remarquable $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

Donc : $A(x)=(x+4)^2-(3x)^2=\left[(x+4)-(3x)\right]\left[(x+4)+(3x)\right]$

$=(-2x+4)(4x+4)$

exemple 2 : Dans $B(x)=x^2-9+2(x^2-6x+9)$

$B(x)=(x-3)(x+3)+2(x-3)^2$: on utilise identités remarquables

$=(x-3)\left[(x+3)+2(x-3)\right]$ et facteur commun

$=(x-3)(3x-3)$

3) En cas d'échec des méthodes précédentes, on peut essayer de développer

exemple : $A(x)=(x+2)(x-3)+(x-2)(2x-3)$

On ne reconnaît aucun facteur commun , ni d'identité remarquable .
Alors en dernier recours , on développe l'expression et on obtient après simplification :

$A(x)=x^2-3x+2x-6+2x^2-3x-4x+6$

$=3x^2-8x$: on peut , ici , factoriser par x

$=x(3x-8)$

attention : $(x-2)=-(-x+2)$

par conséquent , on ne peut pas factoriser ici par le facteur $(x+2)$