UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
OFFICE DU BACCALAUREAT
Téléfax (221) 864 67 39 - Tél. : 824 95 92 - 824 65 81

06 G 26 A 01
Durée : 04 heures
Séries : S2-S2A-S4-S5 – Coef. 5

Epreuve du 1er groupe

MATHEMATIQUES

Exercice n°1 (0 4 points)

1. a) Résoudre dans ℂ l'équation (E) : $z^2 - 2z + 2 = 0$. **(0,5 pt)**

On désigne par z_1 la solution de (E) dont la partie imaginaire est positive et par z_2 l'autre solution de (E).

b) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 2 cm, on considère les points A, B et C d'affixes respectives z_1, z_2 et $\sqrt{3}+1$. Placer les points A, B et C. **(0,5 pt)**

Démontrer que le triangle ABC est équilatéral. **(0,5 pt)**

2. Résoudre l'équation différentielle : $y'' - 2y' + 2y = 0$ **(0,5 pt)**

3. On considère l'équation différentielle (1) : $ay'' - by' + cy = 0$, où a, b et c désignent trois paramètres, éléments de l'ensemble $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Pour déterminer a, b et c, on lance trois fois de suite un dé cubique parfaitement équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on note à chaque fois le chiffre marqué sur la face supérieure du dé.

Le premier numéro sorti donne la valeur de a, le deuxième donne la valeur b et le troisième, celle de c.

a) Justifier que l'équation différentielle : $ay'' - by' + c = 0$
a pour solutions les fonctions de la forme $x \mapsto (A\cos x + B\sin x)\,e^x$, où A et B sont des réels si et seulement si 1 + i est solution dans ℂ de l'équation du second degré en z, $az^2 - bz + c = 0$. **(01 pt)**

b) Calculer la probabilité de l'événement : les solutions de (1) sont les fonctions de la forme $x \mapsto (A\cos x + B\sin x)\,e^x$, A et B étant des constantes réelles. **(01 pt)**

Exercice 2 (05,5 points)

Les parties **A** et **B** sont indépendantes.

A- Une étude du service des transports donne la distance de freinage d'une voiture sur une route en bon état en fonction de sa vitesse.

Vitesse en km /h : X	40	50	60	70	80	90	100	110	120
Distance en m : Y	8	12	18	24	32	40	48	58	72

On désigne par X la vitesse et par Y la distance de freinage.

1. Représenter le nuage de points. On prendra en abscisse 1 cm pour 10 km /h et en ordonnée 1 cm pour 5 m. **(0,75 pt)**

NB : On commencera en abscisse les graduations à partir de 40 km /h et en ordonnée les graduations à partir de 8 m.

2. Déterminer l'équation de la droite de régression de Y en X. **(0,75 pt)**

3. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire r. Avons-nous une bonne corrélation ?
(0,5 pt) +(0,25 pt

4. **a)** On suppose que cette évolution se poursuit. Un automobiliste roulant à 150 km /h entame un freinage à 85 m d'un obstacle immobile. Percutera-t-il l'obstacle ? **(01 pt)**
   b) Quelle devrait être sa vitesse maximale au moment du freinage pour ne pas heurter l'obstacle ? **(0,75 pt)**

B- Une autre étude sur les causes des accidents donne les résultats ci-contre.

Type de transport :Y / Cause des accidents :X	Particuliers y_1	Transporteurs en commun y_2
Accidents liés à l'excès de vitesse :x_1	440	360
Accidents à cause mécanique : x_2	110	90

1. Déterminer l'effectif total des accidents enregistrés lors de cette étude. **(0,5 pt)**
2. Déterminer les fréquences conditionnelles f_{y_2/x_1} et f_{x_2/y_2}. **(0,5 pt)**
3. Déterminer les fréquences marginales $f_{\cdot 1}$ et f_{2}. **(0,5 pt)**

Problème : **(10,5 points)**

I. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x(1 + e^{2-x})$.

On note $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (Unité : 2cm).

1. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = 1 + (1 - x)e^{2-x}$.

   a) Etudier les variations de h (on ne déterminera pas de limites aux bornes de D_h). **(01 pt)**

   b) En déduire le signe de h (x) sur $\mathbb{R}$. **(0,5 pt)**

2. **a)** Etudier les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$. **(0,25 pt +0,25 pt)**
   b) Préciser la nature de la branche infinie de f en $-\infty$. **(0,5 pt)**
   c) Calculer $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} [f(x) - x]$, puis interpréter le résultat obtenu. **(0,5 pt +0,5 pt)**

   d) Préciser la position de $(\mathscr{C})$ par rapport à la droite Δ : y = x. **(0,5 pt)**

3. **a)** Dresser le tableau de variation de f. **(0,5 pt)**
   b) Montrer que f admet une bijection réciproque notée f^{-1} définie sur $\mathbb{R}$. **(0,5 pt)**
   c) f^{-1} est elle dérivable en 4 ? **(0,5 pt)**
   d) Etudier la position de $(\mathscr{C})$ par rapport à sa tangente au point d'abscisse 2. **(1 pt)**
   e) Construire $(\mathscr{C})$ (on tracera la tangente à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 2). **(1,5 pt)**
   f) Construire $(\mathscr{C}')$ courbe de f^{-1} dans le repère précédent. **(0,5 pt)**

II. Soit λ un réel strictement positif. R_λ est la région du plan délimitée par les droites d'équations respectives x = 0 et $x = \lambda$ et les courbes d'équations respectives : y = f (x) et y = x. Soit $a(\lambda)$ l'aire de R_λ en cm^2.

1. Calculer $a(\lambda)$ en fonction de λ. **(01 pt)**
2. Déterminer $a = \lim\limits_{\lambda \mapsto +\infty} a(\lambda)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu. **(0,5 pt)+(0,5 pt)**