

Physique 2 - Mécanique

SVT – S2 – 2016

1. Cinématique du point

Objet de la cinématique :

Étude des mouvements des corps dans des repères indépendamment des forces qui leur sont appliquées

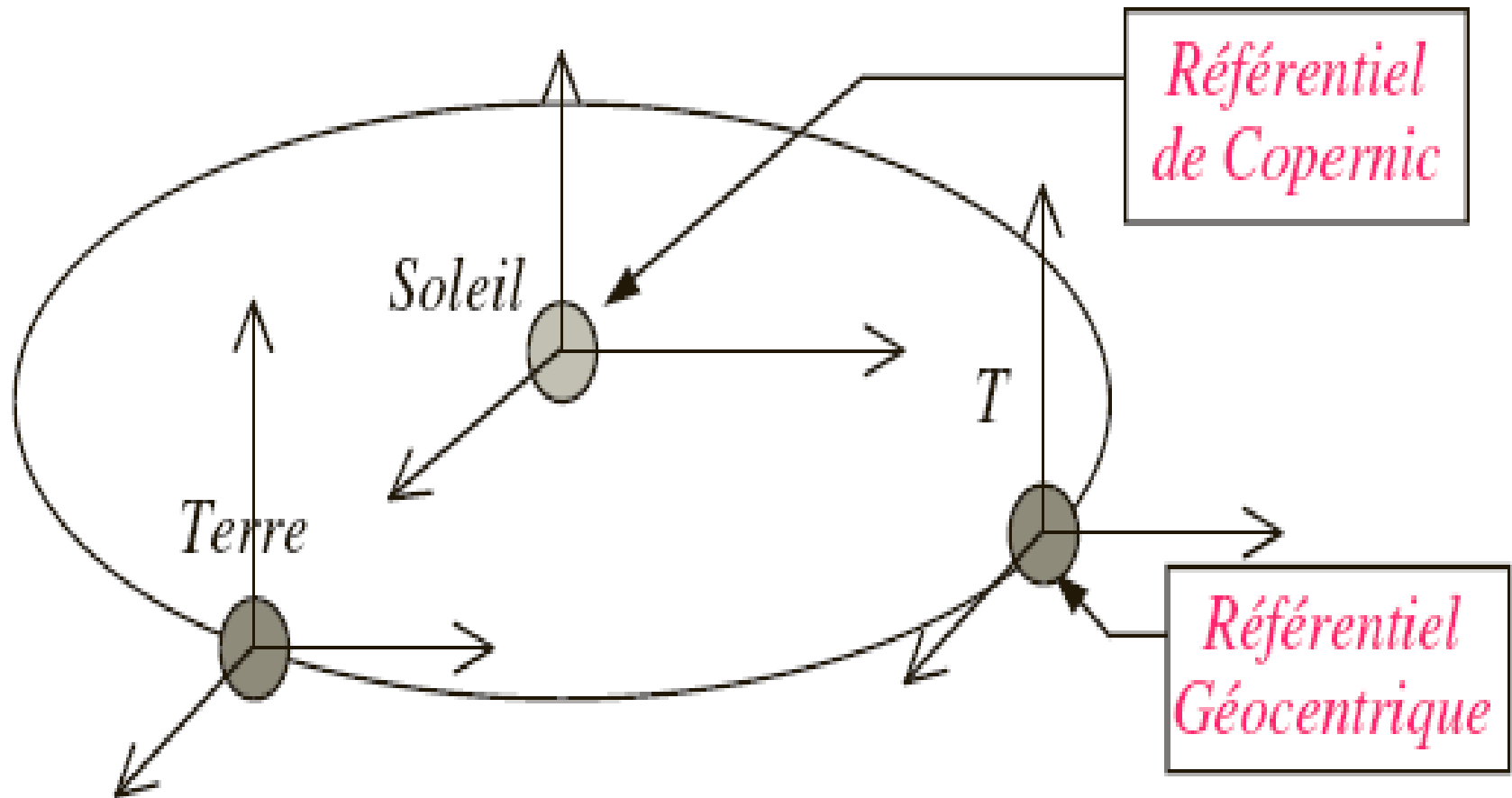
Bibliographie

Mini manuel de mécanique du point (web)

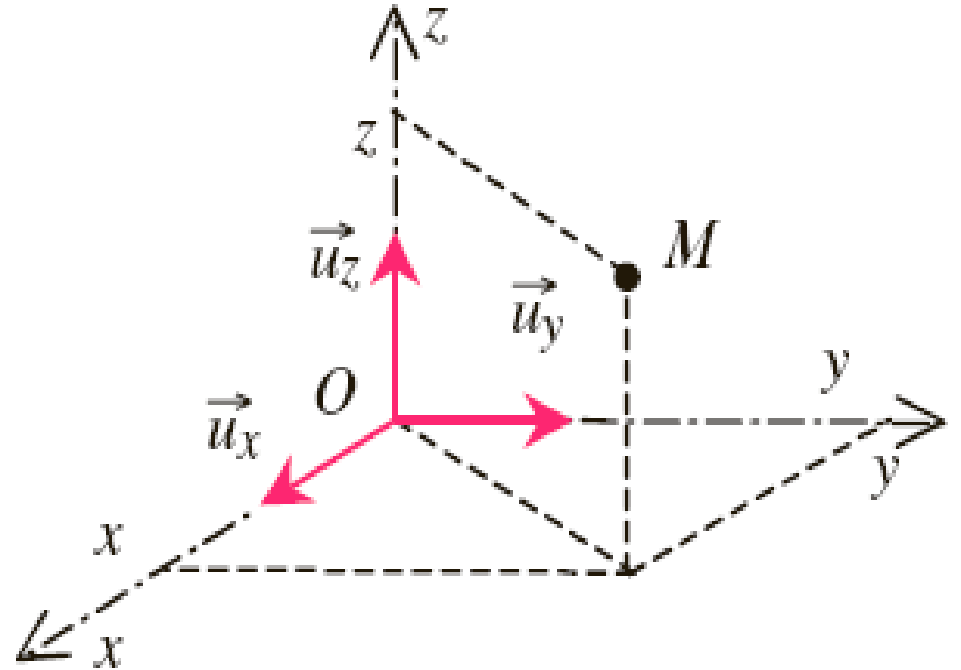
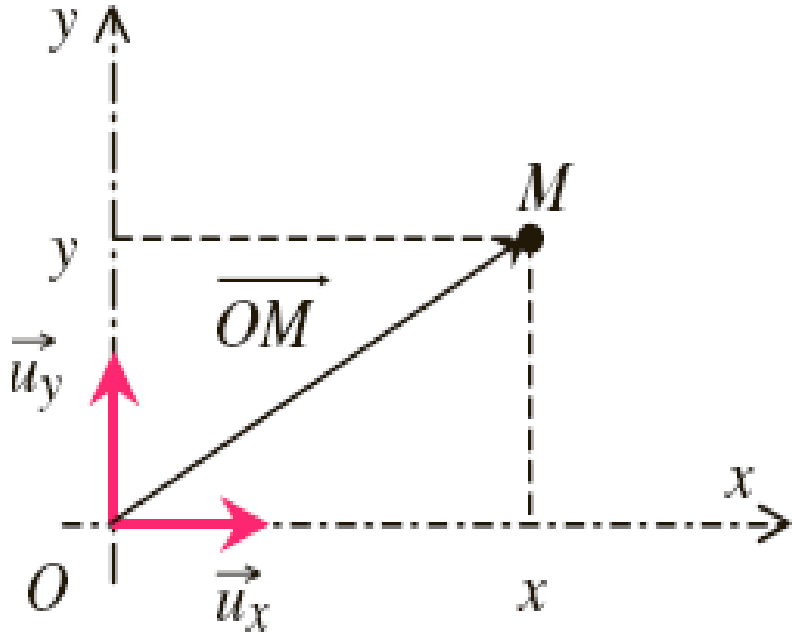
Ancien polycopié de mécanique SVT

Notes du cours : www.lcfst.c.la

Tout mouvement est défini dans un Référentiel (مرجع)



Dans le Référentiel, on définit un repère : Systèmes de coordonnées

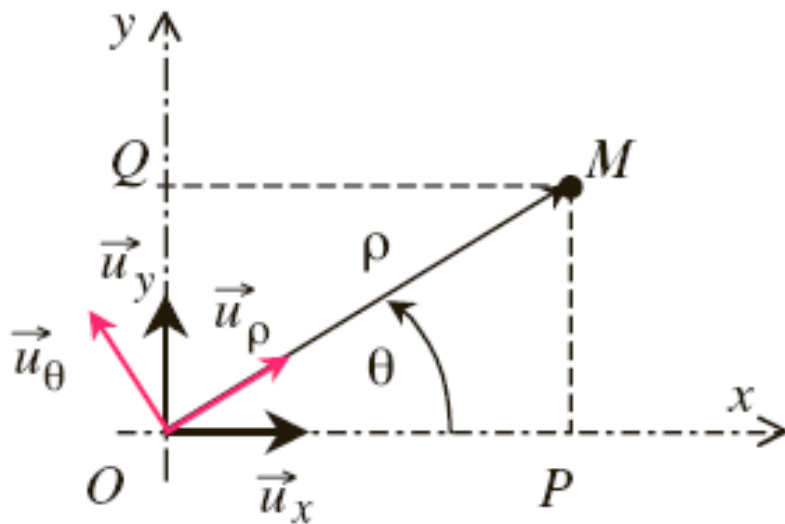


Systèmes de coordonnées cartésiennes

(Oxy) pour un mouvement plan

(Oxyz) pour un mouvement dans l'espace (3 dimensions)

Coordonnées polaires



$$\overrightarrow{OM} = \|\overrightarrow{OM}\| \vec{u}_\rho = \rho \vec{u}_\rho$$

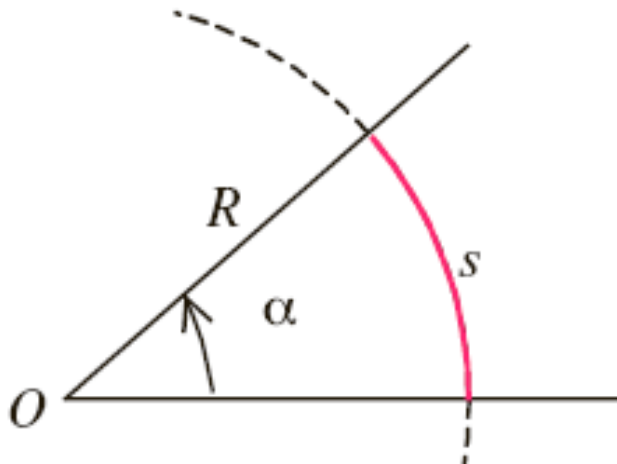
$$\vec{u}_\rho = (\cos\theta) \vec{u}_x + (\sin\theta) \vec{u}_y$$

$$\vec{u}_\theta = (-\sin\theta) \vec{u}_x + (\cos\theta) \vec{u}_y$$

$$OM = \rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Vérifiez :

$$\frac{d\vec{u}_\rho}{d\theta} = \vec{u}_\theta ; \frac{d\vec{u}_\theta}{d\theta} = -\vec{u}_\rho$$



Mesure s de l'arc de cercle :

$$s = R\alpha$$

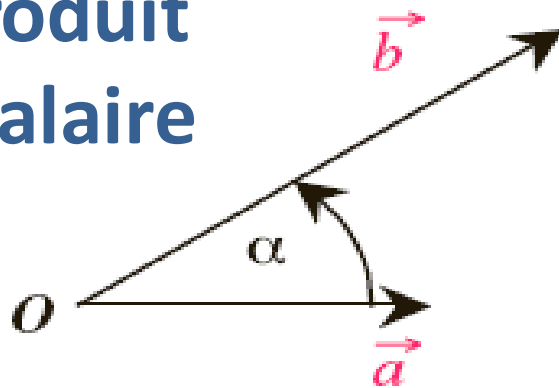
$$\Rightarrow \alpha = \frac{s}{R}$$

Longueur (périmètre) du cercle : $\alpha = 2\pi$ et $s = 2\pi R$

Outils mathématiques :

Opérateurs sur les vecteurs

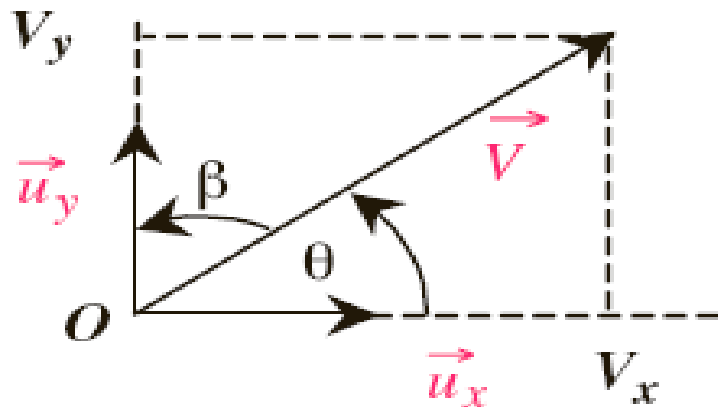
Produit scalaire



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \cos(\vec{a}, \vec{b}) = ab \cos \alpha$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_a x_b + y_a y_b + z_a z_b$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{a}^2 = \|\vec{a}\|^2 = a^2 = x_a^2 + y_a^2 + z_a^2$$



Angle entre 2 vecteurs

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ab}$$

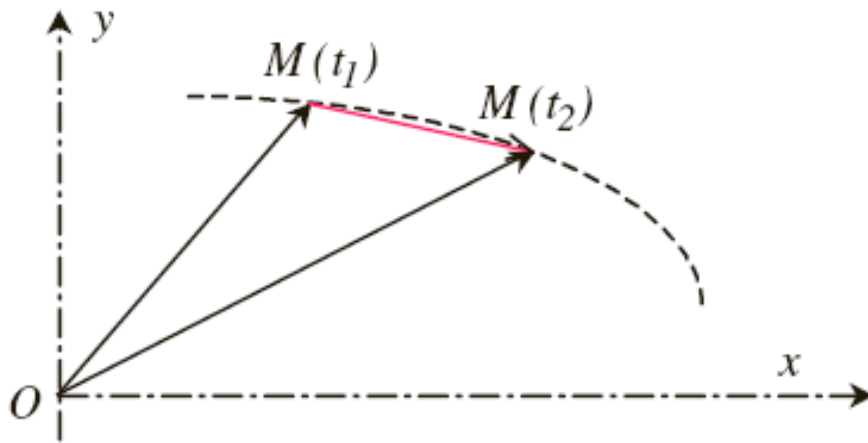
$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ si $\vec{a}$ est perpendiculaire à $\vec{b}$

$$\vec{V} \cdot \vec{u}_x = \|\vec{V}\| \|\vec{u}_x\| \cos \theta = V \cos \theta = V_x$$

$$\vec{V} \cdot \vec{u}_y = \|\vec{V}\| \|\vec{u}_y\| \cos \beta = V \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = V \sin \theta = V_y$$

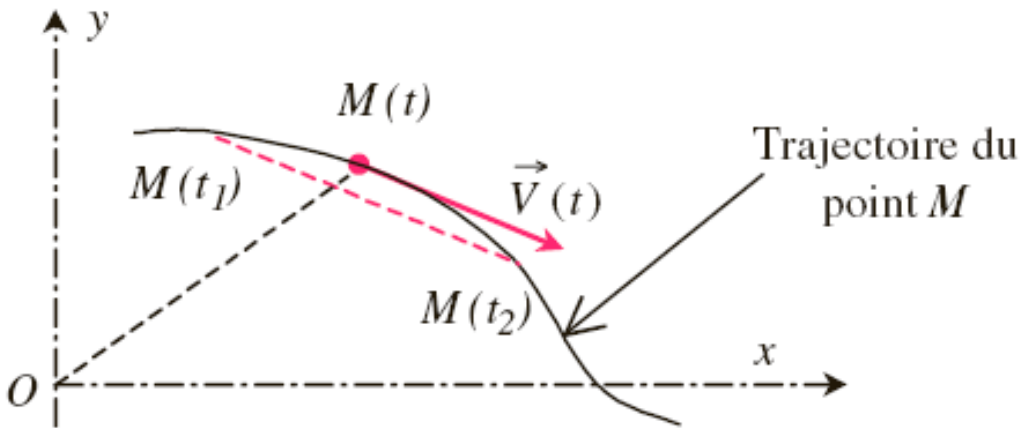
Vitesse

Distance parcourue = vitesse . temps



Vitesse moyenne

$$\vec{V}_m = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{t_2 - t_1} = \frac{\overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}}{\Delta t}$$



Vitesse instantanée

$$\vec{V}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

Attention : la vitesse est toujours définie par rapport à un référentiel donné.

Vitesse et accélération en coordonnées polaires

$$\overrightarrow{OM} = \|\overrightarrow{OM}\| \vec{u}_\rho = \rho \vec{u}_\rho$$

$$\vec{V}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d[\rho \vec{u}_\rho]}{dt}$$

$$\vec{V}(t) = \frac{d\rho}{dt} \vec{u}_\rho + \rho \frac{d\vec{u}_\rho}{dt} = \dot{\rho} \vec{u}_\rho + \rho \dot{\theta} \vec{u}_\theta$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}(t)}{dt} = \frac{d[\dot{\rho} \vec{u}_\rho + \rho \dot{\theta} \vec{u}_\theta]}{dt}$$

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho \dot{\theta}^2) \vec{u}_\rho + (\rho \ddot{\theta} + 2\dot{\rho} \dot{\theta}) \vec{u}_\theta$$

Composante radiale (sur $\vec{u}_\rho$) et composante orthoradiale (sur $\vec{u}_\theta$)

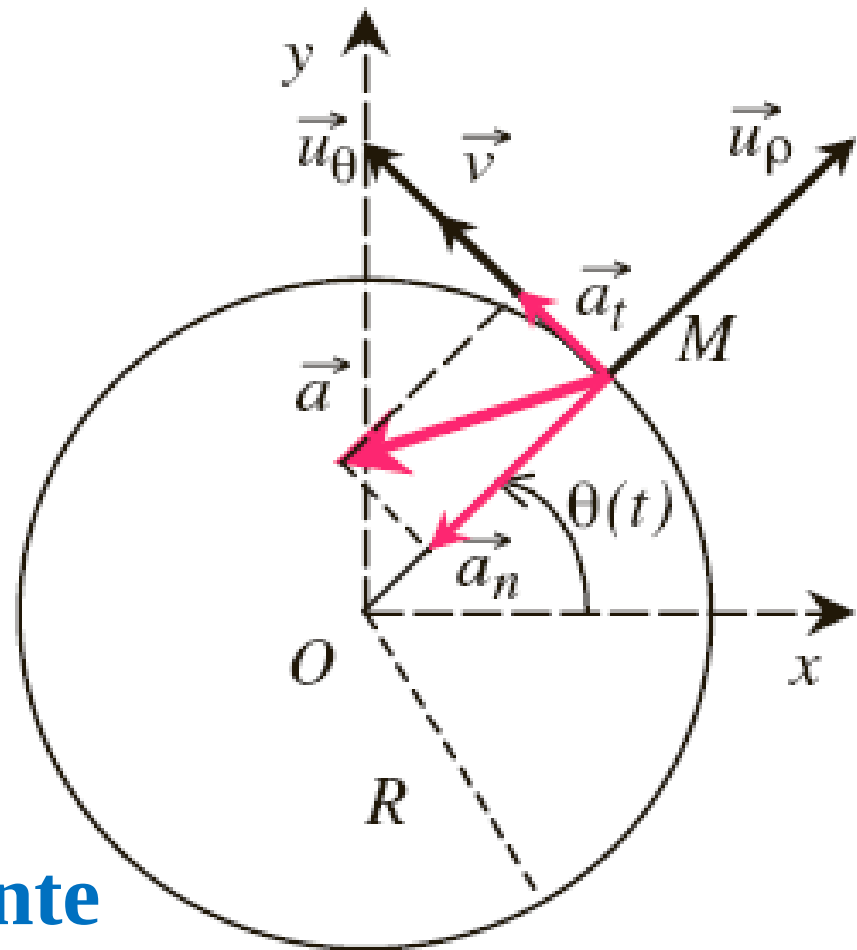
Mouvement circulaire

$$\overrightarrow{OM}(t) = \rho \vec{u}_\rho(t) = R \vec{u}_\rho$$

$$\vec{v} = R \dot{\theta} \vec{u}_\theta = R \omega(t) \vec{u}_\theta$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{a} = -R\omega^2 \vec{u}_\rho + R\dot{\omega} \vec{u}_\theta$$

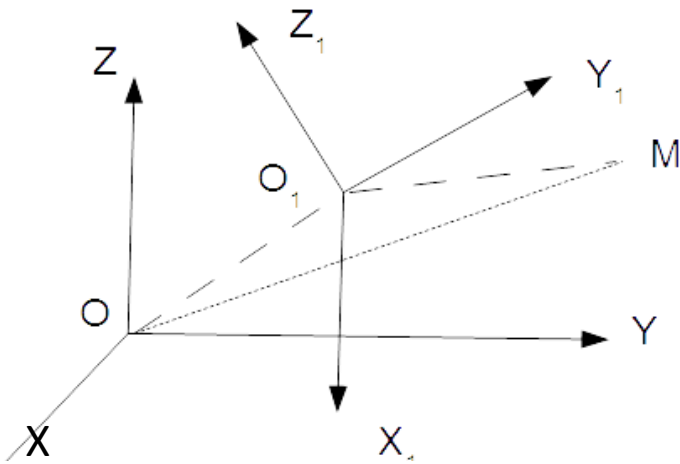


ω vitesse angulaire
Mouvement circulaire
uniforme si ω est constante

La vitesse est tangentielle. L'accélération a une composante tangentielle et une composante normale

Composition des mouvements

Si le référentiel par rapport auquel on calcule la vitesse change, alors la vitesse et l'accélération changent aussi



$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO_1} + \overrightarrow{O_1M}$$

$$\overrightarrow{O_1M} = x_1 \vec{u}_{x_1} + y_1 \vec{u}_{y_1} + z_1 \vec{u}_{z_1}$$

$$\vec{V}(M / \mathcal{R}) = \frac{d}{dt} \overrightarrow{OM} = \underbrace{\frac{d}{dt} \overrightarrow{OO_1} + x_1 \dot{\vec{u}}_{x_1} + y_1 \dot{\vec{u}}_{y_1} + z_1 \dot{\vec{u}}_{z_1}}_{\text{Vitesse d'entraînement de } \mathcal{R}_1 / \mathcal{R}} + \underbrace{\dot{x}_1 \vec{u}_{x_1} + \dot{y}_1 \vec{u}_{y_1} + \dot{z}_1 \vec{u}_{z_1}}_{\text{Vitesse relative de } M \text{ dans } \mathcal{R}_1}$$

Vitesse d'entraînement de $\mathcal{R}_1 / \mathcal{R}$

$$x_1 \dot{\vec{u}}_{x_1} + y_1 \dot{\vec{u}}_{y_1} + z_1 \dot{\vec{u}}_{z_1} = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{O_1M}$$

ω vitesse angulaire de rotation de $\mathcal{R}_1 / \mathcal{R}$

*Vitesse relative de
M dans $\mathcal{R}_1$*

Composition des accélérations

En dérivant encore une fois par rapport au temps, on trouve l'accélération absolue / $\Re$:

$$\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c$$

$$\vec{a}_r = \ddot{x}_1 \vec{u}_{x_1} + \ddot{y}_1 \vec{u}_{y_1} + \ddot{z}_1 \vec{u}_{z_1} \quad \text{Accélération relative}$$

$$\vec{a}_e = \frac{d^2}{dt^2} \overrightarrow{OO_1} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \overrightarrow{O_1M} + \underbrace{\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{O_1M})}_{\vec{V}_r} \quad \begin{array}{l} \text{Accélération} \\ \text{d'entraînement} \end{array}$$

$$\vec{a}_c = 2\vec{\omega} \wedge \vec{V}_r \quad \begin{array}{l} \text{Accélération complémentaire, ou de Coriolis} \\ \text{N'existe que si } \omega \text{ est non nul} \end{array}$$