EXERCICE 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. La fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \mathrm{e}^{-x^2}$ est une primitive de la fonction f définie par :

   A : $f(x) = -x\mathrm{e}^{-x^2}$ **B :** $f(x) = -2x\mathrm{e}^{-x^2}$
   C : $f(x) = x\mathrm{e}^{-x^2}$ **D :** $f(x) = \mathrm{e}^{-2x}$

2. Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (7x-23)\mathrm{e}^{x}$.
   L'équation $h(x) = 0$

   A : a pour solution $2,718$ **B :** a une solution sur $[0\ ;\ +\infty[$
   C : a deux solutions sur $\mathbb{R}$ **D :** a une solution sur $]-\infty\ ;\ 0]$

3. On pose $I = \displaystyle\int_0^1 3\mathrm{e}^{3x}\,\mathrm{d}x$.
   On peut affirmer que :

   A : $I = \mathrm{e}^3 - 1$ **B :** $I = 3\mathrm{e}^3 - 3$
   C : $I = 19,1$ **D :** $I = 1 - \mathrm{e}^3$.

4. La fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 9x$ est convexe sur l'intervalle :

   A : $]-\infty\ ;\ +\infty[$ **B :** $[0\ ;\ +\infty[$
   C : $]-\infty\ ;\ 0]$ **D :** $[-3\ ;\ 3]$

5. Pour tout réel a non nul, le nombre réel $\mathrm{e}^{-\frac{1}{a}}$ est égal à :

   a. $-\mathrm{e}^{\frac{1}{a}}$ **b.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}^{\frac{1}{a}}}$ **c.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}^{a}}$ **d.** e^{a}

6. Pour tout réel a, le nombre réel $\mathrm{e}^{\frac{a}{2}}$ est égal à :

   a. $\sqrt{\mathrm{e}^{a}}$ **b.** $\dfrac{\mathrm{e}^{a}}{2}$ **c.** $\dfrac{\mathrm{e}^{a}}{\mathrm{e}^{2}}$ **d.** $\mathrm{e}^{\sqrt{a}}$

EXERCICE 2

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur point de vue sur la durée de la pause du midi ainsi que sur les rythmes scolaires.
L'enquête révèle que 55 % des élèves sont favorables à une pause plus longue le midi et parmi ceux qui souhaitent une pause plus longue, 95 % sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

Parmi ceux qui ne veulent pas de pause plus longue le midi, seulement 10 % sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.
On choisit un élève au hasard dans le lycée. On considère les évènements suivants :

— L : l'élève choisi est favorable à une pause plus longue le midi ;
— C : l'élève choisi souhaite une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer $P(L \cap C)$ la probabilité de l'évènement $L \cap C$.
3. Montrer que $P(C) = 0{,}5675$.
4. Calculer $P_C(L)$, la probabilité de l'évènement L sachant l'évènement C réalisé. En donner une valeur arrondie à 10^{-4}.
5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement. Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. Le nombre d'élèves étant suffisamment grand, on considère que X suit une loi binomiale.

   a. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.

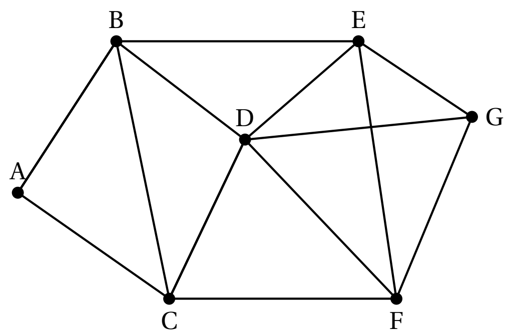
   b. Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne soit favorable à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. En donner une valeur arrondie à 10^{-4}.

   c. Calculer la probabilité qu'exactement deux élèves soient favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

EXERCICE 2
Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment

On considère le graphe Γ ci-dessous :

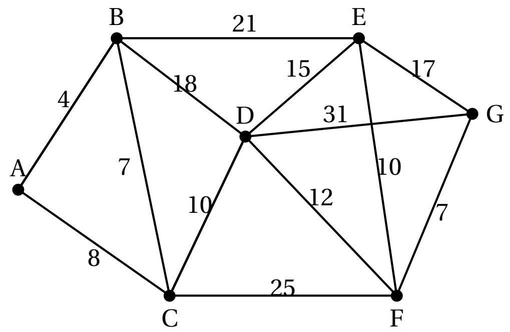


PARTIE A

1. Ce graphe admet-il une chaîne eulérienne ? Justifier la réponse. Si oui donner une telle chaîne.
2. Ce graphe admet-il un cycle eulérien ? Justifier la réponse. Si oui donner un tel cycle.
3. Donner la matrice M associée au graphe Γ. Les sommets seront pris dans l'ordre alphabétique : A, B, C, D, E, F, G.

PARTIE B

Une région est munie d'un réseau de trains, représenté par le graphe Γ ci-dessous. Les stations sont symbolisées par les sommets A, B, C, D, E, F et G. Chaque arête représente une ligne reliant deux gares. Les temps de parcours (correspondance comprise) en minutes entre chaque sommet ont été rajoutés sur le graphe.



1. Déterminer le plus court chemin en minutes, reliant la gare B à la gare G. Justifier la réponse grâce à un algorithme.
2. Quelle est la longueur en minutes de ce chemin ?

EXERCICE 3 **5 points**

Le 1^{er} janvier 2000, un client a placé 3 000 € à intérêts composés au taux annuel de 2,5 %.
On note C_n le capital du client au 1^{er} janvier de l'année $2000+n$, où n est un entier naturel.

1. Calculer C_1 et C_2. Arrondir les résultats au centime d'euro.
2. Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n. En déduire que, pour tout nombre entier naturel n, on a la relation :

$$C_n = 3000 \times 1,025^n.$$

3. On donne l'algorithme suivant :

Entrée	Saisir un nombre S supérieur à 3 000
Traitement	Affecter à n la valeur 0. *Initialisation* Affecter à U la valeur 3 000 *Initialisation* Tant que $U \leqslant S$ n prend la valeur $n+1$ U prend la valeur $U \times 1,025$ Fin tant que
Sortie	Afficher le nombre $2000+n$

   a. Pour la valeur $S = 3300$ saisie, recopier et compléter autant que nécessaire le tableau suivant. Les résultats seront arrondis à l'unité.

Valeur de n	0	1	....	
Valeur de U	3 000		....	
Condition $U \leqslant S$	vrai		....	

   b. En déduire l'affichage obtenu quand la valeur de S saisie est 3 300.

   c. Dans le contexte de cet exercice, expliquer comment interpréter le nombre obtenu en sortie de cet algorithme quand on saisit un nombre S supérieur à 3 000.

4. Au 1^{er} janvier 2013, le client avait besoin d'une somme de 5 000 €. Montrer que le capital de son placement n'est pas suffisant à cette date.
5. Déterminer, en détaillant la méthode, à partir du 1^{er} janvier de quelle année le client pourrait avoir son capital initial multiplié par 10.

EXERCICE 4

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative C_f est tracée ci-dessous dans un repère orthonormé.

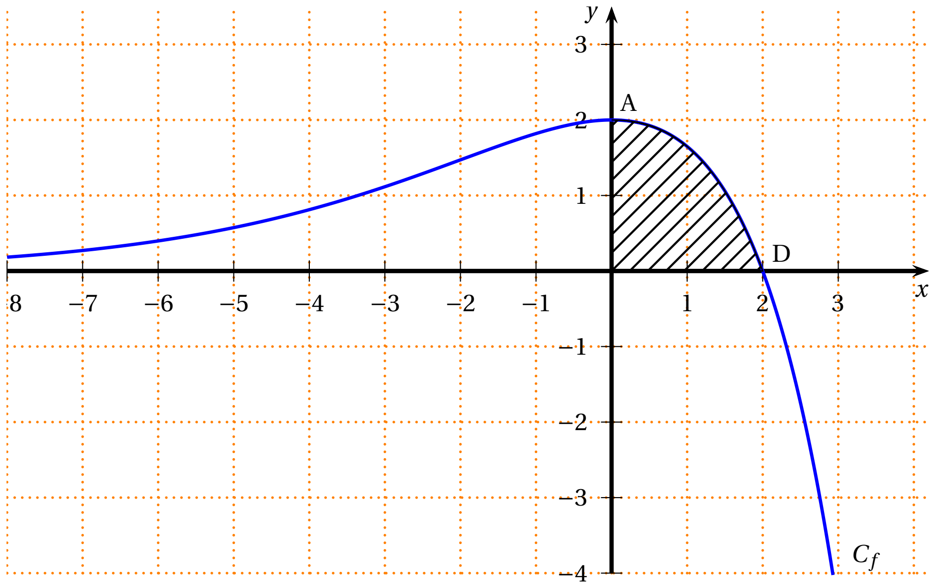


Figure 1

On admet que $f(x) = (-x+2)\mathrm{e}^{0,5x}$.

1. À l'aide de la figure 1, justifier que la valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ est comprise entre 2 et 4.
2. **a.** On considère F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = (-2x+8)\mathrm{e}^{0,5x}$.
   Montrer que F est une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

   b. Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ et en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.
3. On considère Gune autre primitive de f sur $\mathbb{R}$.
   Parmi les trois courbes C_1, C_2 et C_3 ci-dessous, une seule est la représentation graphique de G.
   Déterminer la courbe qui convient et justifier la réponse.

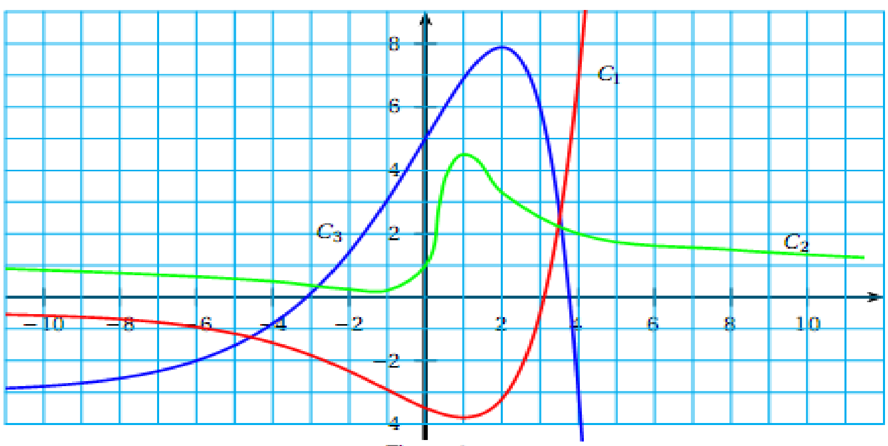


Figure 2