4°) On a retourné toujours la même pièce dans les deux cas suivants :
1er cas : On a tiré la boule portant le numéro 1 à chaque tirage ;
2e cas : On a tiré la boule portant le numéro 2 à chaque tirage.

Notons F l'événement : « retourner la même pièce à l'issue à chaque tirage », U l'événement : « tirer la boule portant le numéro 1 à chaque tirage » et V l'événement : « tirer la boule portant le numéro 2 à chaque tirage ».

On a : $\mathrm{F} = \mathrm{U} \cup \mathrm{V}$.

Comme les tirages de boules dans l'urne sont des épreuves identiques indépendantes, d'après le principe multiplicatif, on a : $P(\mathrm{U}) = \underbrace{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times ... \times \frac{1}{3}}_{n \text{ facteurs}} = \left(\frac{1}{3}\right)^n = \frac{1^n}{3^n} = \frac{1}{3^n}$.

De même, on a : $P(\mathrm{V}) = \frac{1}{3^n}$.

Les événements U et V sont incompatibles donc $P(\mathrm{F}) = P(\mathrm{U}) + P(\mathrm{V}) = 2 \times \frac{1}{3^n} = \frac{2}{3^n}$.

On trouve $n = 12$.
Il faut effectuer au minimum 12 tirages pour que la probabilité cherchée soit strictement inférieure à $10^{-5}$.

# Exercice2

| | Catégorie A | Catégorie B | Total |
|---|---|---|---|
| Fait un stage | 14 | 49 | 63 |
| Ne fait pas de stage | 126 | 510 | 637 |
| Total | 140 | 560 | 700 |

1°) Recopier et compléter la phrase : « X peut prendre les valeurs : $x_1 = ......$, $x_2 = ......$, $x_3 = ......$ ».
Donner la loi de probabilité de X dans un tableau. On écrira les probabilités sous forme décimale.

X peut prendre les valeurs : $x_1 = 0$, $x_2 = 8$, $x_3 = 10$.

| $x_i$ | 0 | 8 | 10 | |
|---|---|---|---|---|
| $P(\mathrm{X} = x_i)$ | 0,91 | 0,01 | 0,08 | Total $= 1$ |

$$P(\mathrm{X} = 0) = \frac{637}{900}$$
$$= 0{,}91$$

2°) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X. On donnera les résultats sous forme décimale.

$$\mathrm{E}(\mathrm{X}) = 0 \times 0{,}91 + 8 \times 0{,}07 + 10 \times 0{,}02$$
$$= 0{,}76$$

$$\mathrm{V}(\mathrm{X}) = 0^2 \times 0{,}91 + 8^2 \times 0{,}07 + 10^2 \times 0{,}02 - 0{,}76^2 \quad \text{(formule de Koenig-Huygens)}$$
$$= 5{,}9024$$