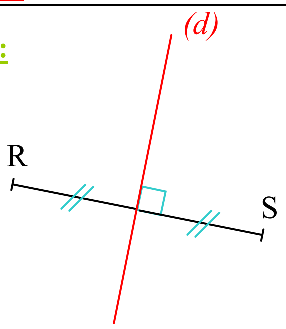
Symétries axiales.

1. Médiatrice

a) Définitions

Définition : La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et passant par son milieu.

Exemple :



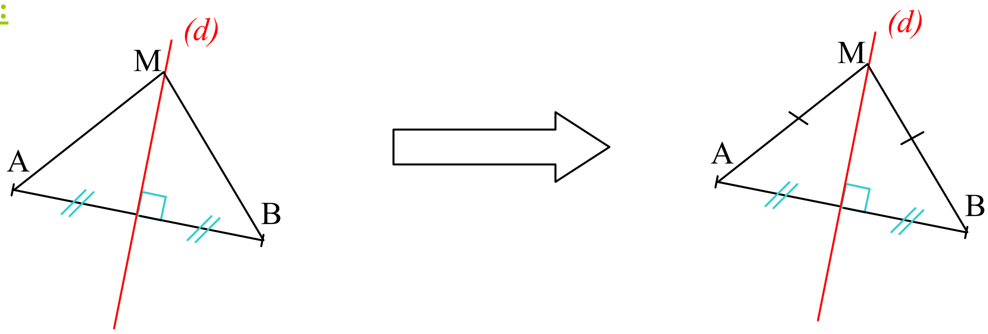
(d) ⊥ [RS] et *(d)* passe par le milieu de [RS].

(d) est ainsi la médiatrice de [RS].

b) Propriétés

Propriété : Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des extrémités de ce segment.

Exemple :

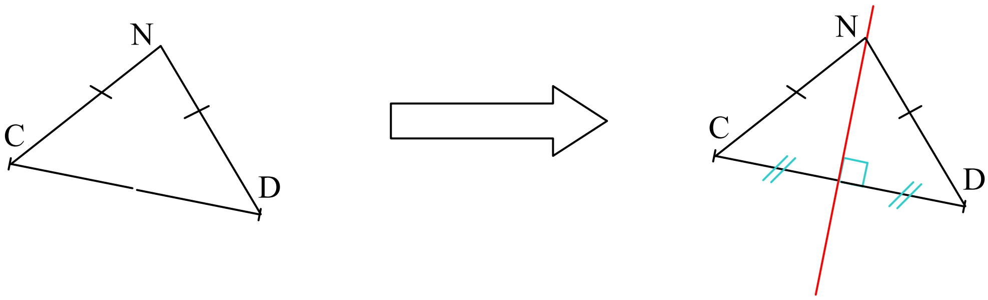


(d) est la médiatrice de [AB] et M∈*(d)*

Donc MA=MB

Propriété : Si un point est équidistant des extrémités de ce segment, alors il est sur la médiatrice de ce segment.

Exemple :



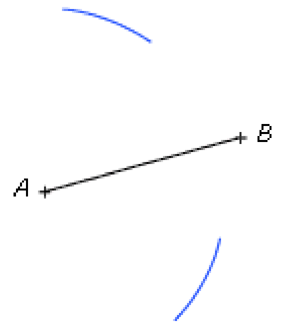
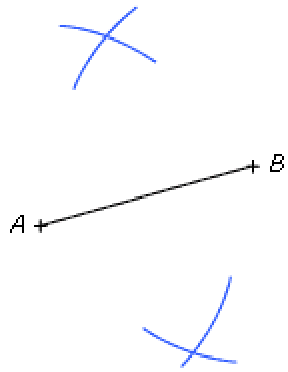
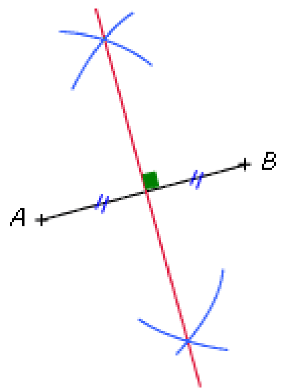
NC=ND

Donc N appartient à la médiatrice de [CD]MA=MB

c) Constructions

Méthode 1 : On utilise simplement la définition de la médiatrice. On place un point au milieu du segment, puis on trace la perpendiculaire au segment qui passe par ce point.

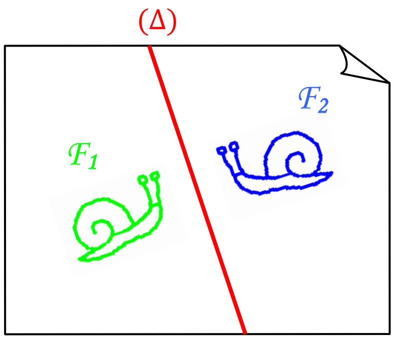
Méthode 2 : On utilise la deuxième propriété vue ci-dessus pour créer deux points différents appartenant à la médiatrice du segment.

		
Etape 1 : On choisit une ouverture de compas au hasard, puis on trace deux arcs de cercle à partir de A.	**Etape 2 :** Avec la même ouverture de compas, on trace deux autres arcs de cercle à partir de B.	**Etape 3 :** On trace la droite passant par les deux points ainsi créés, c'est la médiatrice du segment [AB].

1. Symétrie axiales

Définition :	Deux figures sont dites symétriques par rapport à une droite (Δ) si elles se superposent par pliage le long de (Δ).

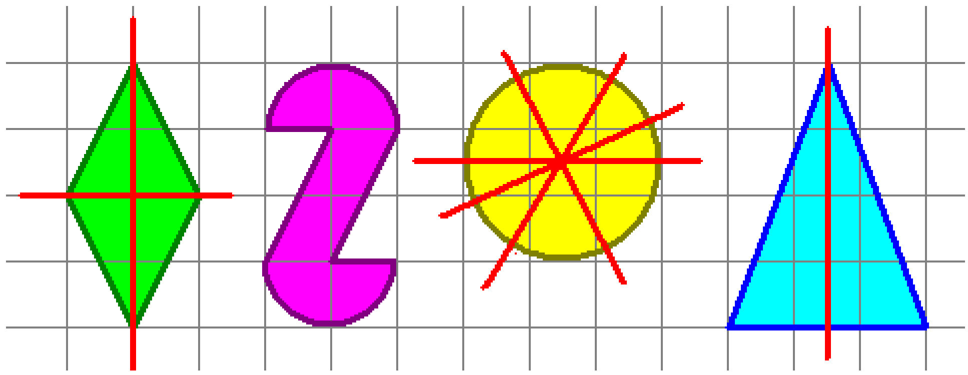
Exemple :



Ces deux figures se superposent lorsqu'on plis le long de (Δ).
$\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ sont donc symétriques par rapport à (Δ).

Définition :	Lorsque le symétrique d'une figure par rapport à une droite est la figure elle-même, on dit que cette droite est un axe de symétrie de la figure.

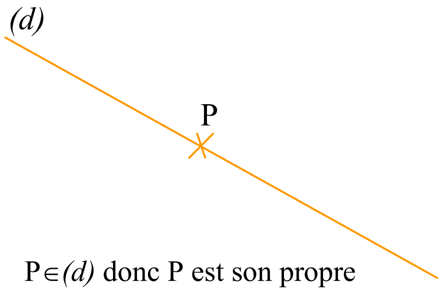
Exemples :



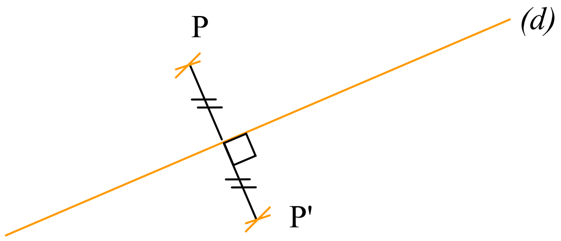
2 axes. Aucun axe. Une infinité d'axes. Un seul axe.

Définition : Pour un point P et une droite *(d)*,
- Si P∈*(d)*, le symétrique de P par rapport à *(d)* est P lui-même.
- Si P∉*(d)*, le symétrique de P par rapport à *(d)* est le point P' tel que *(d)* est la médiatrice de [PP'].

Exemples :

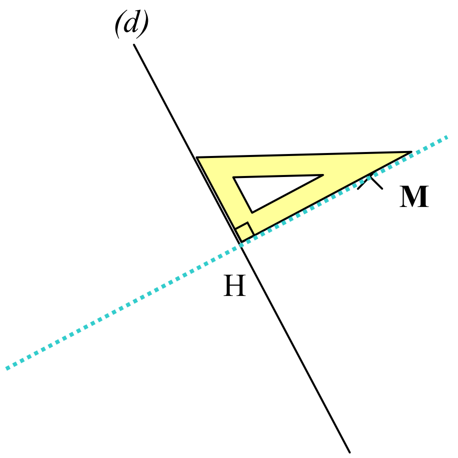


P∈*(d)* donc P est son propre symétrique par rapport à *(d)*.

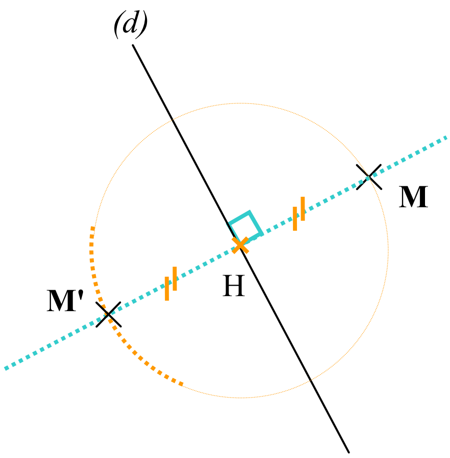


(d) est la médiatrice de [PP'],
P et P' sont symétriques par rapport à *(d)*.

Construction : Pour construire un symétrique par rapport à une droite, on va construire le symétrique de chaque point, un par un, en suivant la méthode suivante :



Etape 1 : On trace avec **l'équerre** la perpendiculaire à *(d)* passant par M. H est à l'intersection.



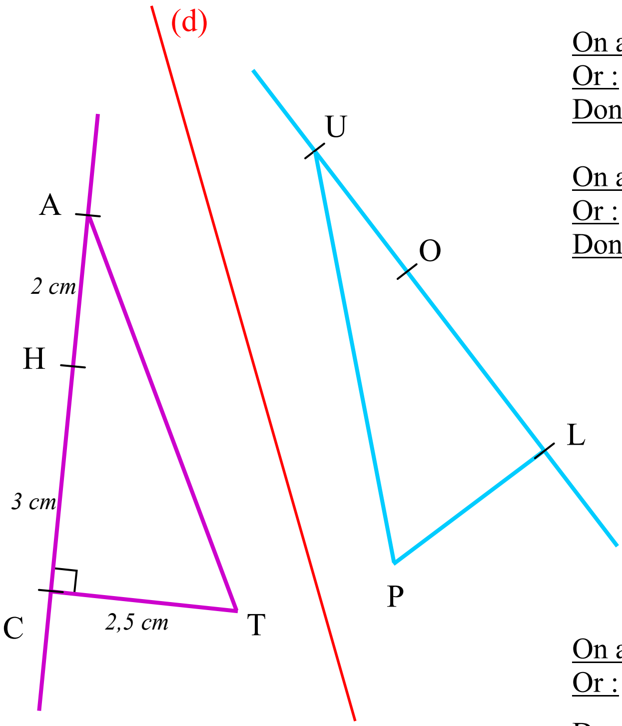
Etape 2 : Avec **le compas** on trace l'arc de cercle de centre H et de rayon HM. Le symétrique M' est à l'intersection.

3. Propriétés des symétries axiales.

Propriétés :	Les symétries axiales conservent :	→ Les longueurs de segments. → Les mesures des angles. → Les aires des figures. → L'alignement.

Exemples :

On construit la figure violette, puis, à l'équerre et au compas sa symétrique en bleu.



On a : [UO] et [AH] sont symétriques par rapport à (d).
Or : les symétries axiales conservent les longueurs des segments.
Donc : AH = UO = 2 cm.

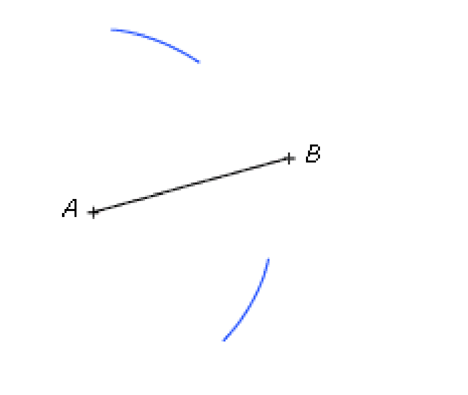
On a : [CT] et [LP] sont symétriques par rapport à (d).
Or : les symétries axiales conservent les longueurs des segments.
Donc : CT = LP = 2,5 cm.

On a : ACT et ULP sont symétriques par rapport à (d).
Or : les symétries axiales conservent les aires des figures.
Donc : ACT et ULP ont la même aire.

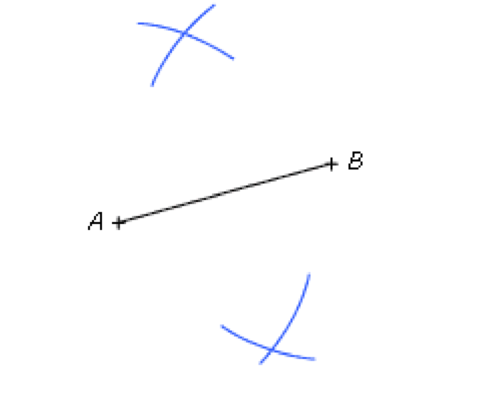
On a : C, H et A sont alignés et sont respectivement symétriques par rapport à (d) à L, O et U.
Or : les symétries axiales conservent l'alignement.
Donc : L, O et U sont alignés

On a : Les angles $\widehat{ACT}$ et $\widehat{ULP}$ sont symétriques par rapport à (d).
Or : les symétries axiales conservent les mesures des angles.
Donc : $\widehat{ACT} = \widehat{ULP} = 90°$. $\widehat{ULP}$ est un angle droit aussi.

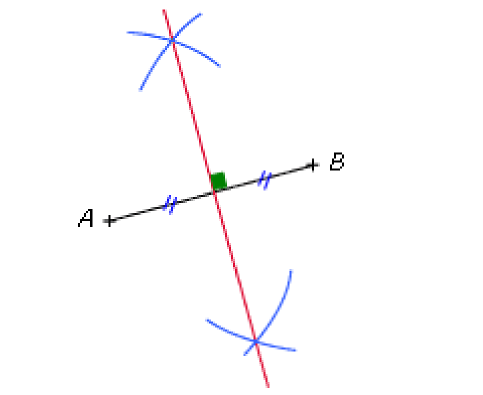
Donc le triangle PUL est aussi un triangle rectangle.



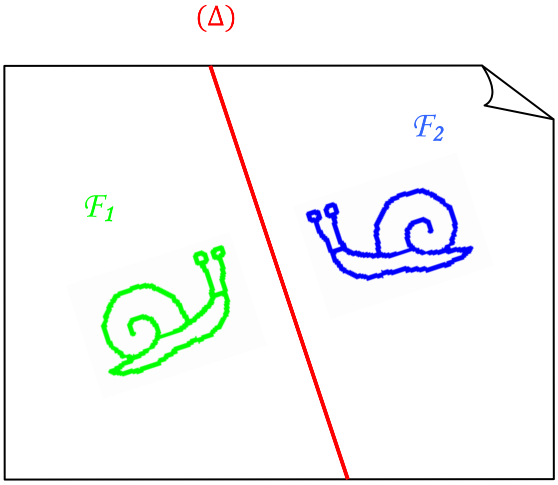
<u>Etape 1 :</u> On choisit une ouverture de compas au hasard, puis on trace deux arcs de cercle à partir de A.

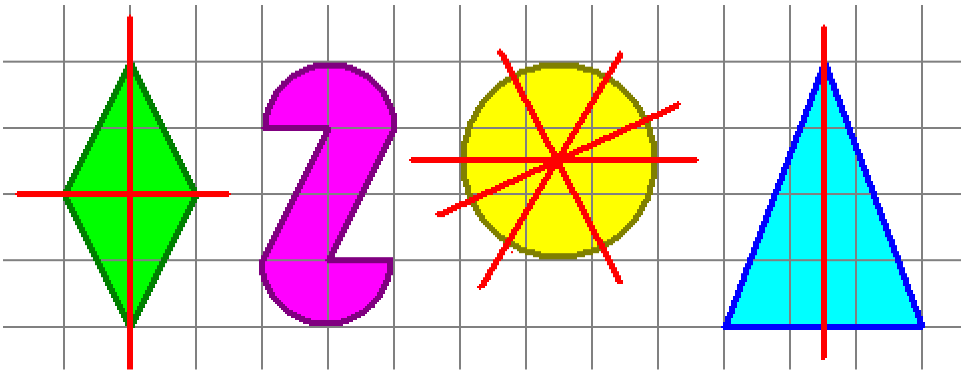


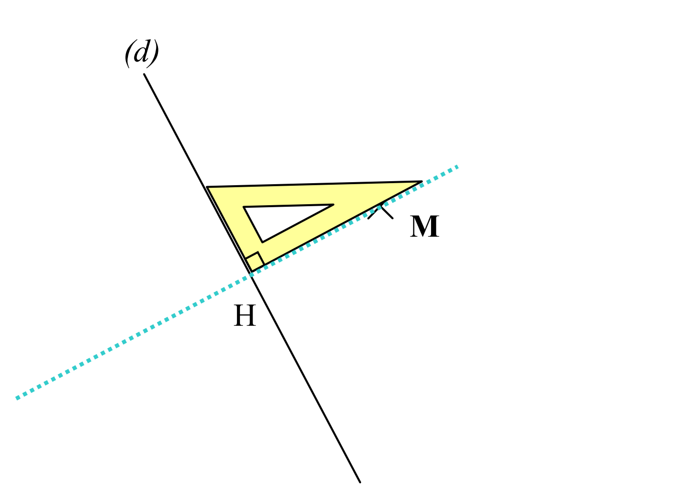
<u>Etape 2 :</u> Avec la même ouverture de compas, on trace deux autres arcs de cercle à partir de B.



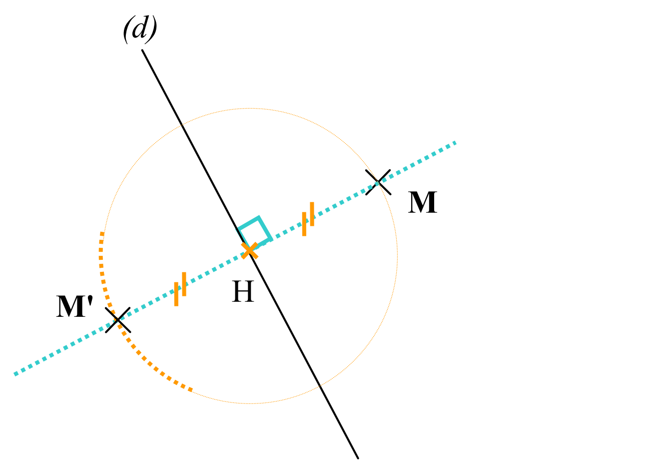
<u>Etape 3 :</u> On trace la droite passant par les deux points ainsi créés, c'est la médiatrice du segment [AB].



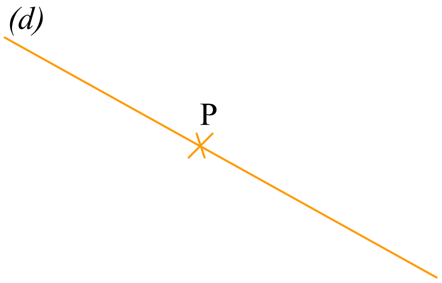
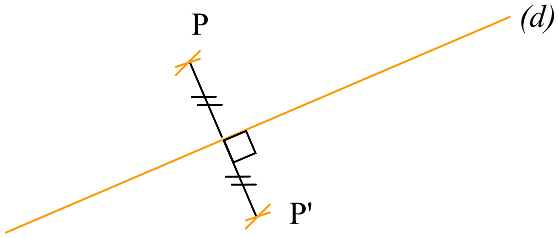
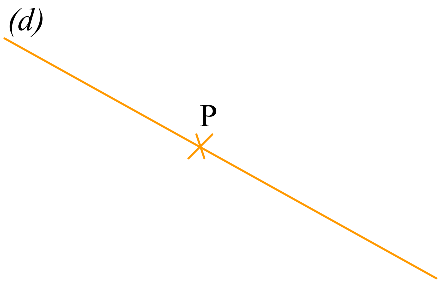
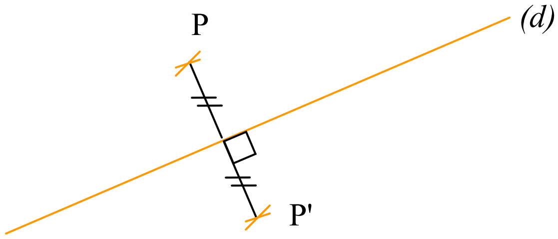
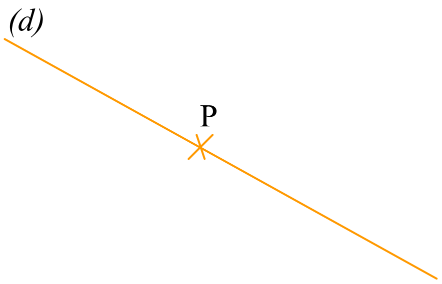
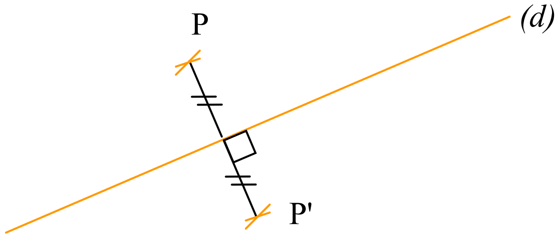
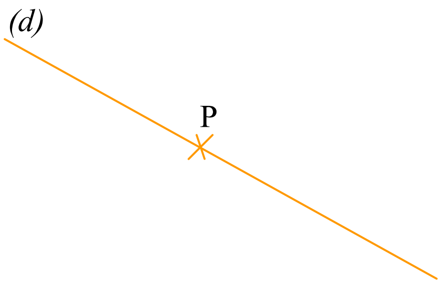
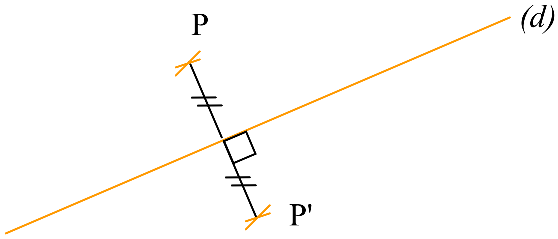
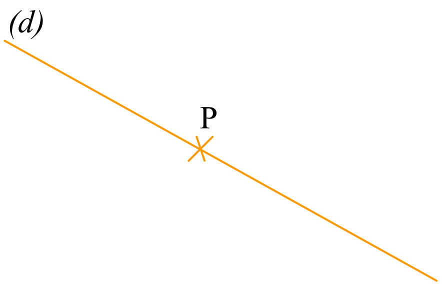
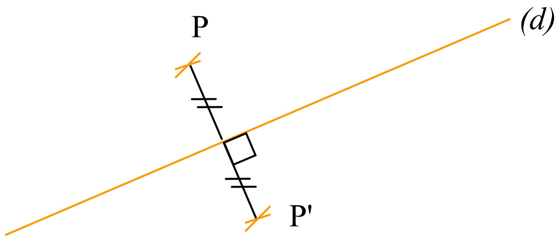
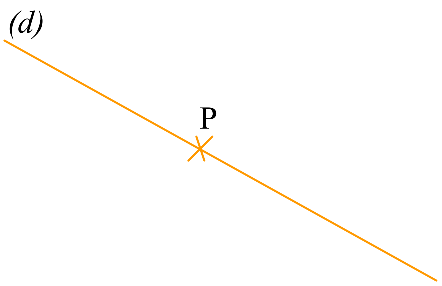
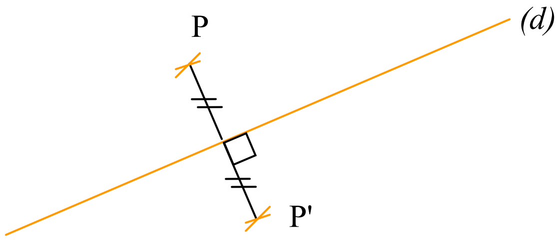




<u>Etape 1 :</u> On trace avec **<u>l'équerre</u>** la perpendiculaire à *(d)* passant par M. H est à l'intersection.



<u>Etape 2 :</u> Avec **<u>le compas</u>** on trace l'arc de cercle de centre H et de rayon HM. Le symétrique M' est à l'intersection.


(d)
P

P
(d)
P'

(d)
P

P
(d)
P'

(d)
P

P
(d)
P'

(d)
P

P
(d)
P'

(d)
P

P
(d)
P'

(d)
P

P
(d)
P'