MECANIQUE - TRAVAUX DIRIGES N° 2

Dynamique du point matériel

Compétences et capacités scientifiques mises en œuvre dans ce TD

COMPÉTENCES Clés

- ☑ **MEC1-1** Etablir et utiliser les expressions des vecteur position, vitesse et accélération en coordonnées cartésiennes et polaires
- ☑ **MEC1-2** Choisir la base la plus adaptée à l'étude d'un mouvement
- ☑ **MEC1-5** Savoir étudier les cas suivants : mouvement rectiligne uniforme et uniformément varié, mouvement courbe de vecteur accélération constant, mouvement circulaire
- ☑ **MEC2-1** Connaître les 4 interactions fondamentales et les forces usuelles
- ☑ **MEC2-2** Etablir le bilan des forces et savoir les représenter sur un schéma
- ☑ **MEC2-3** Savoir projeter des vecteurs
- ☑ **MEC2-4** Connaître les lois de Coulomb relatives au frottement de glissement dans le cas d'un solide en translation
- ☑ **MEC2-5** Connaître et savoir appliquer les lois de Newton
- ☑ **MEC2-6** Savoir étudier le mouvement dans le champ de pesanteur avec ou sans résistance de l'air

Le référentiel terrestre est supposé galiléen.

Exercice n° 1 : Câble d'un ascenseur (★)

MEC2-1 / MEC2-2 / MEC2-3 / MEC2-5 /

Un ascenseur dont la cabine pèse 1300 kg monte du rez-de-chaussée au premier étage. Les frottements sont négligés. L'accélération de pesanteur est $g = 9.81\ m.s^{-2}$.

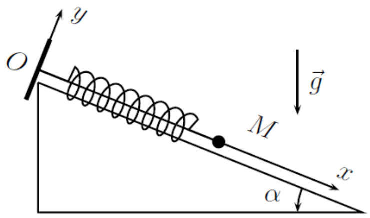
1) Il démarre avec une accélération de $1{,}5\ m.s^{-2}$. Que vaut la tension du câble qui le hisse ?
2) Il atteint rapidement une vitesse constante de $2\ m.s^{-1}$. Déterminer à nouveau la tension du câble.

Exercice n° 2 : Ressort sur plan incliné (★)

MEC1-2 / MEC2-1 / MEC2-2 / MEC2-3 / MEC2-5

On considère un ressort de raideur k et de longueur au repos l_0, sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale, dont les extrémités sont reliées à un point fixe O et à un point matériel M de masse m. On suppose qu'il n'existe pas de frottement sur le plan incliné. On note g la norme du champ de pesanteur.

1) Déterminer l'abscisse x_e du point M à l'équilibre en fonction de l_0, m, g, k et α.
2) On écarte le ressort de sa position d'équilibre de d. Etablir l'équation différentielle du mouvement. La commenter.



Exercice n° 3 : Solide sur plan incliné (★★)

MEC1-1 / MEC1-2 / MEC1-5 / MEC2-1 /
MEC2-2 / MEC2-3 / MEC2-4 / MEC2-5

Un solide supposé ponctuel de masse m est déposé sans vitesse initiale sur un plan incliné d'1 angle α par rapport à l'horizontale. On note g la norme de l'accélération de pesanteur et

μ le coefficient de frottement solide.

1) Etablir le bilan des forces. A quelle condition sur ces forces, le solide est-il en mouvement ?
2) En déduire la condition sur le coefficient de frottement pour que le solide commence à glisser.

MEC2-1 / MEC2-2 / MEC2-3

<u>Exercice n° 4</u> : Equilibre d'un iceberg (★)

Un iceberg a un volume émergé V_e,= 600 m^3 . Sa masse volumique est ρ_1 = 910 kg.m^{-3}, celle de l'eau de mer est ρ_2 = 1024 kg.m^{-3} .

1) Schématiser l'iceberg flottant et préciser les forces auxquelles il est soumis lorsqu'il est à l'équilibre.
2) Trouver une relation entre le Volume émergé V_e, volume total V_t et les masses volumiques.
3) Calculer le volume V_t et la masse de l'iceberg.

MEC1-1 / MEC1-2 / MEC1-5 / MEC2-1 / MEC2-2 / MEC2-3 / MEC2-5 / MEC2-6

<u>Exercice n° 5</u> : Saut en parachute (★★)

Un parachutiste de masse m = 70 kg se laisse tomber d'un hélicoptère en vol stationnaire, modélisé par un point O et situé à une altitude de 4 km au-dessus du sol. L'accélération de pesanteur est g = 9,81 m.s^{-2}. On étudie le mouvement selon la verticale descendante Oz.

1) Il effectue tout d'abord une chute libre pendant une durée de 10 secondes.
   a) Etablir l'équation horaire de son mouvement.
   b) Quelle distance D a-t-il parcourue à la fin de cette chute libre ?
   c) Quelle est la vitesse v_1 alors atteinte ?

2) A la fin de la chute libre, le parachutiste ouvre son parachute pour continuer sa descente. On suppose que la force exercée par la résistance de l'air sur le parachute est proportionnelle à la vitesse instantanée : $\vec{f} = -k\vec{v}$ où k = 70 kg.s^{-1}.
   a) Etablir l'équation différentielle vérifiée par v, composante verticale du vecteur vitesse. On posera $\tau = \dfrac{m}{k}$.
   b) Résoudre.
   c) Donner l'allure générale de la variation de la vitesse au cours du temps.
   d) Déterminer la vitesse limite du parachutiste.
   e) Etablir l'expression de la distance parcourue à chaque instant.
   f) Montrer que le parachutiste atteint une vitesse voisine de la vitesse limite avec un écart relatif de 5% avant d'arriver au sol.

MEC1-1 / MEC1-2 / MEC2-1 / MEC2-2 / MEC2-3 / MEC2-5

<u>Exercice n° 6</u> : Descente en luge (concours ATS) (★★★)

On assimile un ensemble {luge + lugeur} à un point matériel M de masse m = 100 kg. La piste est considérée comme un référentiel galiléen. L'accélération de la pesanteur est prise égale à g = 10 m.s^{-2}.

Descente rectiligne :

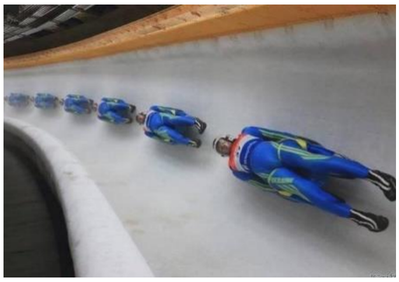
Après la phase de poussée, la luge atteint une vitesse v_0 = 5,0 m.s^{-1}. Elle descend ensuite une piste rectiligne de pente constante, inclinée de 10% (on descend verticalement de 10 m quand on avance horizontalement de 100 m). On appelle α l'angle que fait la piste avec l'horizontale. Les frottements sont négligés devant les autres forces en jeu. Le point M est ainsi en mouvement rectiligne uniformément accéléré.

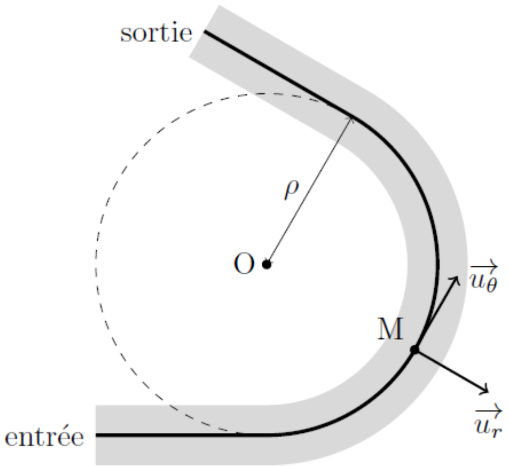
1) Exprimer et calculer numériquement l'accélération a de la luge en fonction de l'accélération de la pesanteur g et de l'angle α.
2) L'origine des temps est fixée juste après la phase de poussée. Donner l'expression de la vitesse en fonction du temps. Au bout de quelle durée t_a la luge atteint-elle la vitesse v_a = 30 m.s^{-1} ? Application numérique.

3) Quelle est la distance parcourue lorsque la luge atteint la vitesse v_a ? Application numérique.

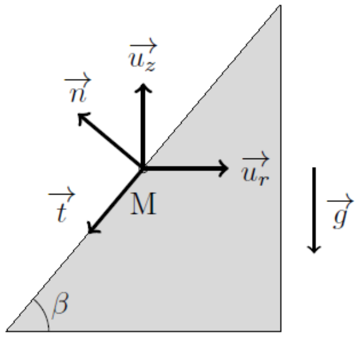
Virage circulaire :

M est maintenant en mouvement circulaire uniforme à la vitesse V, sur un cercle de rayon ρ. La piste est inclinée latéralement d'un angle $\beta \in]0 ; \pi/2[$. La trajectoire se situe dans un plan horizontal : $\vec{v} = V\overrightarrow{u_\theta}$. Le trièdre de vecteurs unitaires $\left(\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta} \overrightarrow{u_z}\right)$ est orthonormé direct. On désigne par $\vec{R} = R_n\vec{n} + R_t\vec{t}$ la réaction de la piste, qui n'est plus uniquement normale. Les vecteurs unitaires $\vec{n}$ (normal) et $\vec{t}$ (tangent) sont définis sur la figure de droite ci-dessous.





Vue de dessus de la piste



Vue en coupe de la piste

4) Exprimer l'accélération $\vec{a}$ en fonction de V, ρ et de $\overrightarrow{u_r}$. Justifier physiquement le sens de l'accélération.
5) La luge n'étant soumise qu'à son poids et à la réaction du support, écrire la relation fondamentale de la dynamique en projection dans le repère $(\vec{n}, \vec{t})$.
6) En déduire les expressions des réactions R_n et R_t en fonction de V, ρ, β, g et m.
7) Soit f = 0,4 le coefficient de frottement de la luge sur la piste de glace. Les lois du frottement solide indiquent que la luge ne dérape pas tant que $|R_T| < f\, R_N$. Dans la suite des questions, un dérapage possible vers l'extérieur du virage, soit $R_T > 0$.
   a) Montrer que V^2 doit respecter l'inégalité suivante pour éviter le dérapage :
      $V^2 (\cos\beta - f\sin\beta) \leq g\,\rho(\sin\beta + f\cos\beta)$
   b) En déduire que si l'inclinaison β est suffisante, il n'y aura jamais dérapage quelle que soit la vitesse V. Donner l'inclinaison minimale à respecter, qui dépend uniquement du coefficient f. Faire l'application numérique en degrés.