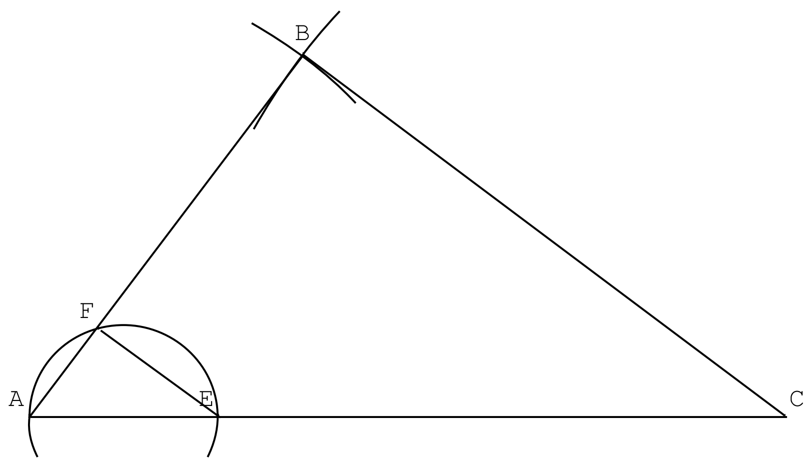
Exercice 1 :

1) Les droites (BC) et (MP) sont parallèles. Or A appartient à la droite (MP) donc les droites (BC) et (AP) sont parallèles.
De même, les droites (AB) et (PN) sont parallèles et le point C appartient à la droite (PN) donc les droites (AB) et (CP) sont parallèles.
On sait que (BC) et (AP) sont parallèles, ainsi que (AB) et (CP). Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux, alors c'est un parallélogramme. Donc **ABCP est un parallélogramme**.
2) A $\in$ [MP], donc MP = MA + AP, et MA = MP – AP = 8 – 4,8 = 3,2. MA = 3,2 cm.
Les droites (BN) et (AP) sont sécantes en M.
Les droites (AB) et (PN) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :
$$\frac{\text{MB}}{\text{MN}} = \frac{\text{MA}}{\text{MP}} = \frac{\text{AB}}{\text{PN}}$$
On utilise :
$$\frac{\text{MA}}{\text{MP}} = \frac{\text{AB}}{\text{PN}}$$
On obtient :
$$\text{AB} = \frac{\text{MA} \times \text{PN}}{\text{MP}}$$
$$\text{AB} = \frac{3{,}2 \times 12}{8}$$
$$\text{AB} = 4{,}8$$
On a donc **AB = 4,8 cm**.
3) On constate que AB = AP = 4,8 cm (données et calcul de la question précédente).
On sait que ABCP est un parallélogramme et que AB = AP. si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange. Donc **ABCP est un losange**.

Remarque : $NP^2 + PM^2 \neq NM^2$, donc ABCP n'a pas d'angle droit, c'est un losange non carré.

Exercice 2



1) Voir la figure ci-dessus.

2) Dans le triangle ABC,

D'une part :	D'autre part :
$AC^2 = 10^2 = 100$	$AB^2 + BC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$

On constate que $AC^2 = AB^2 + BC^2$, donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle **ABC est rectangle en B**.

3) a) On sait que F est un point du cercle de diamètre [AE]. Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle, alors ce triangle est rectangle en ce point. Donc AEF est un triangle rectangle en F.
Puisque ABC est rectangle en B, les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.
Puisque AEF est rectangle en F, les droites (AF) et (EF) sont perpendiculaires.
$F \in (AB)$, donc les droites (AB) et (EF) sont perpendiculaires.
On sait que les droites (BC) et (EF) sont perpendiculaires à la droite (AB). Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles. Donc **(BC) et (EF) sont parallèles**.
b) Les droites (BF) et (CE) sont sécantes en A.
Les droites (BC) et (EF) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AF}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

Pour AF, on utilise :

$$\frac{AF}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

On obtient :

$$AF = \frac{AE \times AB}{AC}$$
$$AF = \frac{\frac{1}{4}AC}{AC} \times AB$$
$$AF = \frac{1}{4} \times AB$$
$$AF = \frac{1}{4} \times 6$$
$$AF = 1{,}5$$

On a donc **AF = 1,5 cm**.

Pour EF, on utilise :

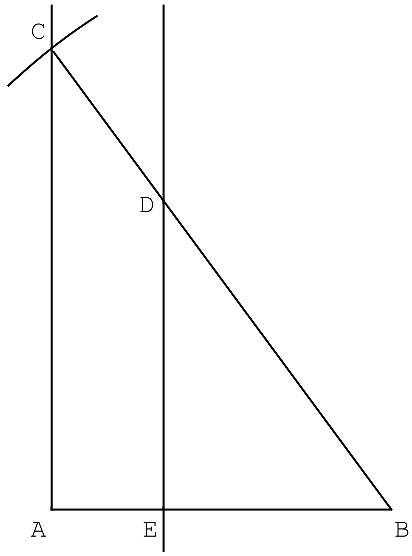
$$\frac{AE}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

On obtient :

$$EF = \frac{AE \times BC}{AC}$$
$$EF = \frac{\frac{1}{4}AC}{AC} \times BC$$
$$EF = \frac{1}{4} \times BC$$
$$EF = \frac{1}{4} \times 8$$
$$EF = 2$$

On a donc **EF = 2 cm**.

Exercice3 :



1) On construit le segment [AB] de 4,5 cm. C est l'intersection de la perpendiculaire à (AB) passant par A avec l'arc de centre B et de rayon 7,5 cm.
2) Les droites (CD) et (AE) sont sécantes en B.

D'une part :

$$\frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{BC}} = \frac{\frac{2}{3}\mathrm{BC}}{\mathrm{BC}} = \frac{2}{3}$$

D'autre part :

$$\frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{BA}} = \frac{3}{4{,}5} = \frac{2 \times 1{,}5}{3 \times 1{,}5} = \frac{2}{3}$$

On constate que $\frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{BC}} = \frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{BA}}$ donc, puisque les points B, D, C et B, E, A sont alignés dans le même ordre, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites **(ED) et (AC) sont parallèles.**

3) a) ABC est rectangle en A, donc les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires.
On sait que (AB) et (AC) sont perpendiculaires et que (ED) et (AC) sont parallèles. Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre. Donc (ED) et (AB) sont perpendiculaires.
Puisque E est un point de (AB), (EB) et (ED) sont donc perpendiculaires.
Puisque (EB) et (ED) sont perpendiculaires, le triangle **BED est rectangle en E**.
b) Le triangle BED est une réduction du triangle ABC puisqu'ils sont en configuration de Thales.
Le coefficient de réduction est :

$$\frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{BC}} = \frac{\frac{2}{3}\mathrm{BC}}{\mathrm{BC}} = \boxed{\mathbf{\frac{2}{3}}}$$

Lorsque les longueurs sont multipliées par un coefficient k, les aires sont multipliées par k^2. Donc :

$$a_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times a_1$$

$$\boxed{\boldsymbol{a_2 = \frac{4}{9} \times a_1}}$$