

Nom :

Prénom :

**Devoir surveillé de Mathématiques****Exercice 1****7 points****Partie A.**

- Pour chacune des suites définies ci-dessous, préciser les trois premiers termes (les calculs sont à détailler).
  - $u_n = n^2 + 3$  pour tout entier naturel non nul.
  - $v_0 = 3$  ;  $v_{n+1} = 2v_n - 2$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ .
  - $w_1 = 2$  ;  $w_{n+1} = w_n - n$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}^*$ .
- Donner, à l'aide de la calculatrice, la valeur de  $v_{18}$ .
- Parmi les trois suites ci-dessus, préciser celles qui sont définies de façon explicite et celles qui sont définies par une relation de récurrence.

**Partie B.**

- Exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $n$ .
  - Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}^*$ ,  $u_{n+1} - u_n = 2n + 1$ .
  - En déduire le sens de variation de la suite  $(u_n)$ .
- Etudier le sens de variation de la suite  $(w_n)$ .

**Exercice 2****3 points**

Cet exercice est un QCM

Pour chacune des affirmations, une seule des quatre réponses est exacte. Entourer sur cette feuille la bonne réponse. **Aucune justification n'est demandée.**• **Affirmation n° 1 :**L'inéquation  $\sqrt{x} < 4$  admet comme solution l'ensemble des réels  $x$  de :

<b>a.</b> $[0 ; 4[$	<b>b.</b> $] 4 ; +\infty[$	<b>c.</b> $[0 ; 16[$	<b>d.</b> $]16 ; +\infty[$
---------------------	----------------------------	----------------------	----------------------------

• **Affirmation n° 2 :**Le point  $A(8 ; y_A)$  appartient à la courbe  $C$  d'équation  $y = 2\sqrt{x} - \sqrt{2}$  alors  $y_A$  vaut :

<b>a.</b> $2\sqrt{2}$	<b>b.</b> $3\sqrt{2}$	<b>c.</b> $4\sqrt{2}$	<b>d.</b> $7\sqrt{2}$
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

• **Affirmation n° 3 :**L'inéquation  $x^3 \geq 64$  admet comme solution l'ensemble des réels  $x$  de :

<b>a.</b> $[32 ; +\infty[$	<b>b.</b> $[16 ; +\infty[$	<b>c.</b> $[4 ; +\infty[$	<b>d.</b> $[64 ; +\infty[$
----------------------------	----------------------------	---------------------------	----------------------------

• **Affirmation n° 4 :**En 2018, le prix d'une denrée alimentaire a vu son prix augmenté de 20 % pendant le 1<sup>er</sup> semestre puis son prix a chuté de 25 % au cours du second semestre. Finalement le prix de la denrée alimentaire entre le début et la fin de l'année 2018

<b>a.</b> a diminué de 0,5%	<b>b.</b> a diminué de 10 %	<b>c.</b> a diminué de 5 %	<b>d.</b> a diminué de 1 %.
-----------------------------	-----------------------------	----------------------------	-----------------------------

### Exercice 3

10 points

Une entreprise fabrique chaque jour  $x$  objets, avec  $x \in [0; 60]$ .

Le coût total de fabrication de ces objets, exprimé en euros, est donné par :  $f(x) = x^2 - 20x + 200$ .

Sur le graphique ci-dessous, on a tracé  $C_f$ , la courbe représentative de la fonction  $f$ .

1. A l'aide du graphique ci-dessous, déterminer graphiquement le coût total de fabrication pour 20 objets produits
2. Retrouver ce coût par le calcul.
3. Chaque objet fabriqué est vendu au prix unitaire de 34 euros.
  - a. Calculer la recette si l'entreprise vend 20 objets puis montrer que le bénéfice correspondant à la vente de ces 40 objets est égal à 480 €
  - b. Calculer, en fonction de  $x$ , la recette  $R(x)$ .
4.
  - a. Démontrer que le bénéfice réalisé par la production et la vente de  $x$  objets est donné, pour  $x \in [0; 60]$ , par :  $g(x) = -x^2 + 54x - 200$ .
  - b. Vérifier que pour  $x \in [0; 60]$ ,  $g(x) = -(x - 27)^2 + 529$ .
  - c. En déduire le tableau de variation de  $g$  sur l'intervalle  $[0; 60]$ . Préciser les images.
  - d. En déduire la quantité à produire permettant à l'entreprise de réaliser un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice maximal ?
  - e. Résoudre l'inéquation  $g(x) \geq 0$ . En déduire les quantités que l'entreprise doit produire et vendre pour que la production soit rentable.
  - f. Construire la droite  $D$  d'équation  $y = 34x$ . Expliquer comment on peut retrouver graphiquement le résultat de la question précédente.

