

# Harmonie musicale

théories GF  
2120

## Des ronds dans l'eau II



1/08/2012 Gilbert Forget

L'écusson aux clés de sol et de fa entrelacées (GF) est une oeuvre gravée dans le métal due à Marc Le Jeune.

**Avertissement**  
La musique et l'harmonie sont présentées de façon inédite. Certaines idées restent susceptibles d'évoluer, tout cela n'est que théories. Donc prudence !

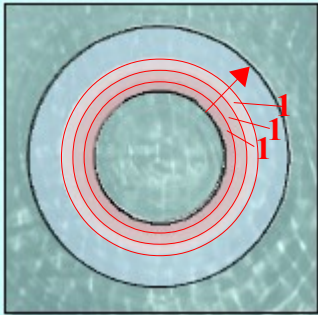
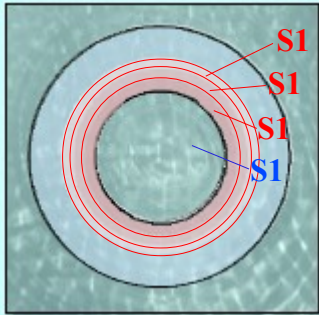
Et si l'harmonie répondait à une formule naturelle ? Une loi physique, pas exactement celle proposée par les pythagoriciens depuis des siècles ?

Nous avons esquissé un rapprochement avec un état en devenir, une "projection", une progression (voir 1210 *Un monde en expansion*).

Puis nous avons proposé une autre piste, celle des cercles concentriques (2110 *Des ronds dans l'eau*). La progression régulière de l'anneau couvre des surfaces se rapprochant des valeurs des notes.

C'est la démarche résumée dans le tableau de gauche :

... voici à présent une "variante", une démarche complémentaire :

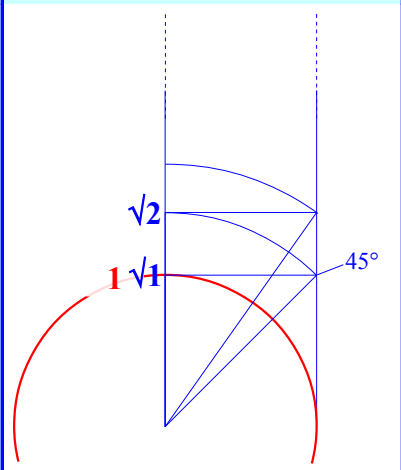
2110 Des ronds dans l'eau	2120 Des ronds dans l'eau II
rayon+1	anneaux même surface
le rayon progresse régulièrement de 1 en 1	Il s'agissait de trouver le complément, l' "inverse", la "réciproque" : où chaque nouvelle surface est égale à la précédente
<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 10px;"> <p>Sur l'anneau bleu, de rayon simple au double, - le rayon de l'anneau rouge progresse +1+1+1 (progression arithmétique)</p> </div> </div>	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 10px;"> <p>"inversion", - chaque surface est égale</p> </div> </div>
<p>→ la surface de l'anneau rouge progresse en valeurs voisines de celles des notes. <b>la surface répond aux valeurs musicales</b></p>	<p>→ le rayon progresse en valeurs de plus en faibles. <b>Trouverons-nous des valeurs liées aux notes ?</b></p>

Gros problème... Dante mon ami fourmi s'aperçoit que pour colorier ses ronds dans l'eau, il ne dispose que de la même quantité de chaque couleur !...

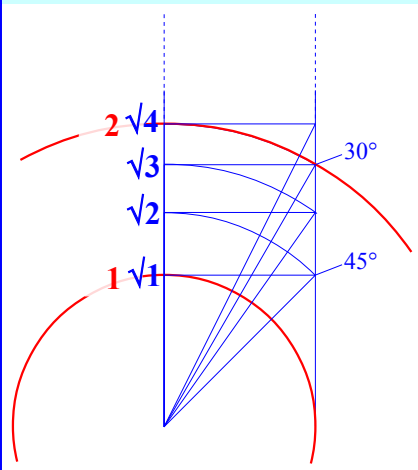
Dante fait appel à Arakné fils d'Arkanea, un "monstre" élevé par la tribu des fourmis (... en fait, une araignée, mais les fourmis ne s'en sont pas aperçues), spécialiste en spirales comme aussi en constructions géométriques.

Celui-ci nous procure un "truc" :

- sur un premier cercle, tracer une ligne passant par le centre et une autre parallèle adjacente
- tracer la perpendiculaire et reporter la diagonale
- poursuivre de même.



Les triangles rectangles successifs seront  
 $\sqrt{1} - \sqrt{1}$  - hypoténuse  $\sqrt{2}$   
 $\sqrt{2} - \sqrt{1}$  - hypoténuse  $\sqrt{3}$   
 $\sqrt{3} - \sqrt{1}$  - hypoténuse  $\sqrt{4}$   
 ... et ainsi de suite.

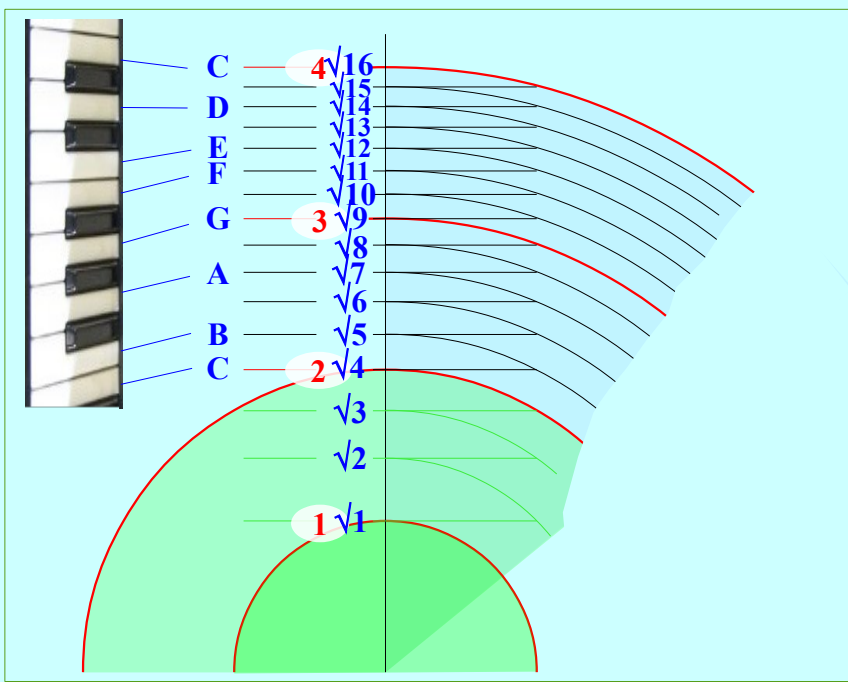


Les différents cercles sont alors de surfaces proportionnelles à 1 2 3 4...

et les surfaces des anneaux successifs par conséquent égales.

... ici, de 1 à 2, nous voyons que nous avons 3 plages, 3 anneaux de surfaces égales...  
 ... Comment allons-nous faire pour comparer sur 12 anneaux, 12 intervalles comme sur la gamme ?  
 - réponse : de 2 à 4. En effet,  $2 \text{ à } 4 = \sqrt{4} \text{ à } \sqrt{16}$ . Quel coup de chance !  
 (mais est-ce vraiment une coïncidence ?)

● Correspondance des notes



● ... Reste à vérifier par le calcul

	comparaison gamme tempérée rac12° de 2	hypothèse Des ronds dans l'eau II	
		r	(4-r)/2 +1
<b>C</b>	1	$\sqrt{16} = 4$	1
	1,0594630944	$\sqrt{15}$	1,0635083269
<b>D</b>	1,1224620483	$\sqrt{14}$	1,1291713066
	1,189207115	$\sqrt{13}$	1,1972243623
<b>E</b>	1,2599210499	$\sqrt{12}$	1,2679491924
<b>F</b>	1,3348398542	$\sqrt{11}$	1,3416876048
	1,4142135624	$\sqrt{10}$	1,4188611699
<b>G</b>	1,4983070769	$\sqrt{9} = 3$	1,5
	1,587401052	$\sqrt{8}$	1,5857864376
<b>A</b>	1,6817928305	$\sqrt{7}$	1,6771243445
	1,7817974363	$\sqrt{6}$	1,7752551286
<b>B</b>	1,8877486254	$\sqrt{5}$	1,8819660113
<b>C</b>	2	$\sqrt{4} = 2$	2

**Commentaires**

Les résultats sont moins "bons" que ceux de l'anneau en progression 1+1+1 de la démarche *Des ronds dans l'eau I*. – c'est à dire qu'ils sont moins proche des valeurs de la gamme tempérée que nous prenons en référence.

Mais cela ne signifie pas forcément que la démarche soit mauvaise. D'une part, rien n'indique que la gamme tempérée soit la "meilleure" au regard d'une loi naturelle à trouver. D'autre part, je songe à une formule légèrement différente, une hypothèse non plus liée à une surface plane comme dans celles des *Ronds dans l'eau I et II*, mais à une surface bombée, ce qui rejoindrait peut-être d'autres formules connues et inclurait de fait la notion d'espace en trois dimensions (surface de la sphère), qui me paraîtrait plus satisfaisante... A suivre.

**Comparaison avec les autres hypothèses**

Ce tableau récapitule les résultats des différentes hypothèses à ce jour. Pour être complet, chacune est sur deux colonnes, la deuxième présentant les inverses. Jusqu'ici nous n'avons pas tranché si ces valeurs sont à prendre comme celles des fréquences ou des longueurs d'onde.

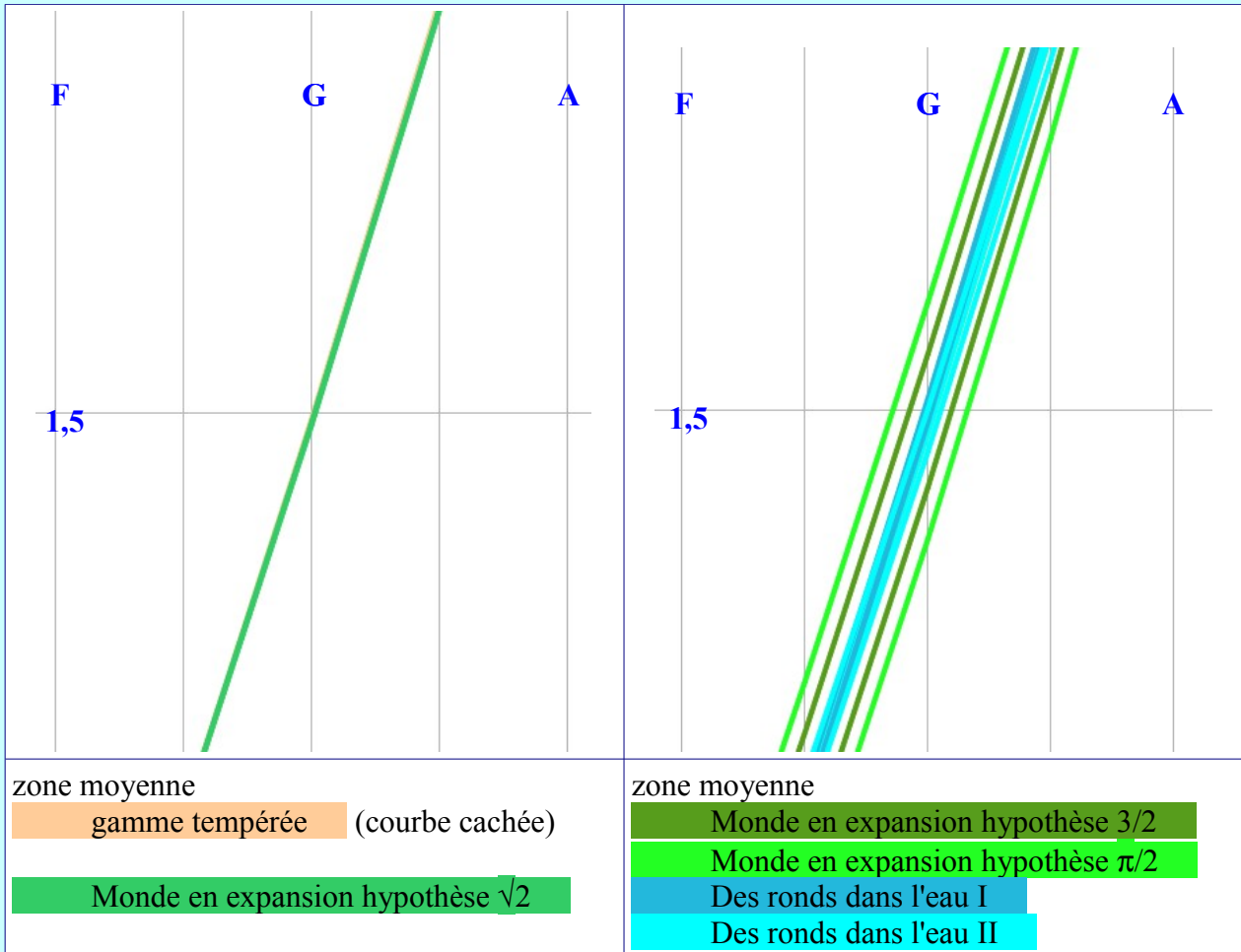
	comparaison gamme tempérée		Un monde en expansion				Des ronds dans l'eau I		Des ronds dans l'eau II			
	rac12° de 2	inverse égal	selon $\sqrt{2}$	inverse égal	selon 3/2	inverse	selon $\pi/2$	inverse	S/432+1	inverse	(4-r)/2 +1	inverse
<b>C C</b>	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000
<b>B</b>	1,059463	1,059463	1,060400	1,060400	1,057143	1,063830	1,054708	1,066642	1,057870	1,057528	1,063508	1,062718
<b>D</b>	1,122462	1,122462	1,123899	1,123899	1,117647	1,130435	1,112944	1,135755	1,120370	1,119171	1,129171	1,126599
<b>A</b>	1,189207	1,189207	1,190744	1,190743	1,181818	1,200000	1,175058	1,207481	1,187500	1,185185	1,197224	1,192517
<b>E</b>	1,259921	1,259921	1,261204	1,261204	1,250000	1,272727	1,241453	1,281970	1,259259	1,255814	1,267949	1,261204
<b>F G</b>	1,334840	1,334840	1,335582	1,335582	1,322581	1,348837	1,312586	1,359385	1,335648	1,331279	1,341688	1,333333
	1,414214	1,414214	1,414214	1,414213	1,400000	1,428571	1,388985	1,439900	1,416667	1,411765	1,418861	1,409581
<b>G F</b>	1,498307	1,498307	1,497475	1,497475	1,482759	1,512195	1,471254	1,523710	1,502315	1,497400	1,500000	1,490660
<b>E</b>	1,587401	1,587401	1,585786	1,585786	1,571429	1,600000	1,560099	1,611015	1,592593	1,588235	1,585786	1,577350
<b>A</b>	1,681793	1,681793	1,679623	1,679622	1,666667	1,692308	1,656341	1,702044	1,687500	1,684211	1,677124	1,670531
<b>D</b>	1,781797	1,781797	1,779519	1,779519	1,769231	1,789474	1,760943	1,797036	1,787037	1,785124	1,775255	1,771210
<b>B</b>	1,887749	1,887749	1,886081	1,886081	1,880000	1,891892	1,875044	1,896259	1,891204	1,890591	1,881966	1,880568
<b>C C</b>	2,000000	2,000000	2,000000	2,000000	2,000000	2,000000	2,000000	2,000000	2,000000	2,000000	2,000000	2,000000

Les deux premiers tableaux à gauche rapportent un inverse identique. La gamme tempérée, comme l'hypothèse  $\sqrt{2}$  d'*Un monde en expansion* incluent  $\sqrt{2}$ , qui est la moyenne géométrique. Dans les autres ils sont différents - ce qui sous-entend et implique des fréquences/longueurs d'onde pas exactement inverses.

## Diagramme

Le diagramme (ici un détail en zone centrale) montre, à gauche, la quasi concordance entre gamme tempérée et l'hypothèse  $\sqrt{2}$  d'*Un monde en expansion*.

Le détail de droite montre les nuances entre les deux hypothèses des *Ronds dans l'eau* (en bleu).



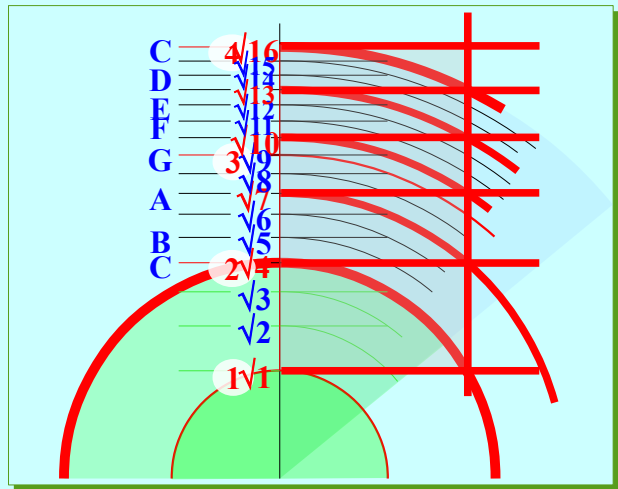
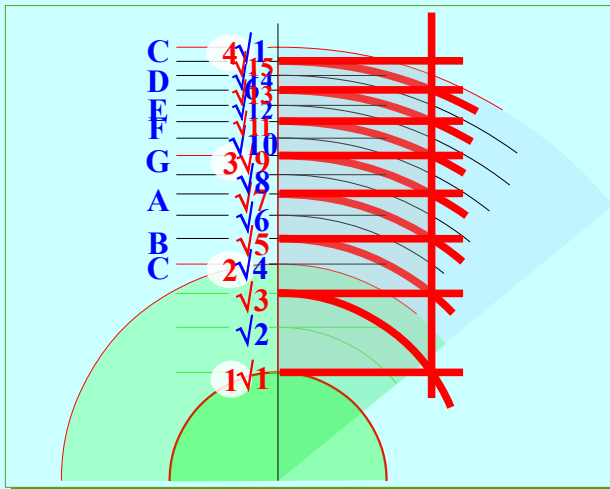
## Discussion

Il se peut que certains résultats soient présentés "à l'envers" (une démarche faite intuitivement mais qui mériterait d'être retravaillée et présentée en partant dans l'autre sens : car attention : ici les inverses ne sont pas identique à l'initial – ce qui est le cas pour la gamme tempérée ; mais pas non plus pour une gamme basée sur des rapports de fraction simples.

ANNEXE I

Le "truc" d'Araknè

Que se passe-t-il lorsqu'on change les règles du jeu et qu'on déplace le trait vertical de droite ?



... saut de "2" en "2" :  
 $\sqrt{1}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{9}, \sqrt{11}, \sqrt{13}, \sqrt{15}...$

... saut de "3" en "3" :  
 $\sqrt{1}, \sqrt{4}, \sqrt{7}, \sqrt{10}, \sqrt{13}, \sqrt{16}...$

Mais pour ces exemples j'ai pris des valeurs multiples des racines.

Qu'en serait-il pour une valeur quelconque ? Reste à systématiser.

## ANNEXE II

## écarts

*Je présente ici un tableau qui n'apporte absolument rien !*

*j'ai plutôt perdu du temps... Franchement, c'est parce que j'ai fait le boulot...*

écarts = par rapport aux valeurs de la gamme tempérée

comparaison gamme tempérée	Un monde en expansion						Des ronds dans l'eau I		Des ronds dans l'eau II		
	a	b	écart (b-a)/a	c	écart (c-a)/a	d	écart (d-a)/a	e	écart (e-a)/a	f	écart (f-a)/a
rac12e de 2	selon $\sqrt{2}$			selon 3/2		selon $\pi/2$		S/432+1		(4-r)/2 +1	
<b>C</b>	1,000000	1,000000	0,000000	1,000000	0,000000	1,000000	0,000000	1,000000	0,000000	1,000000	0,000000
	1,059463	1,060400	0,000884	1,057143	-0,002190	1,054708	-0,004488	1,057870	-0,001503	1,063508	0,003818
<b>D</b>	1,122462	1,123899	0,001280	1,117647	-0,004290	1,112944	-0,008480	1,120370	-0,001863	1,129171	0,005977
	1,189207	1,190744	0,001292	1,181818	-0,006213	1,175058	-0,011898	1,187500	-0,001436	1,197224	0,006742
<b>E</b>	1,259921	1,261204	0,001018	1,250000	-0,007874	1,241453	-0,014658	1,259259	-0,000525	1,267949	0,006372
<b>F</b>	1,334840	1,335582	0,000556	1,322581	-0,009184	1,312586	-0,016672	1,335648	0,000606	1,341688	0,005130
	1,414214	1,414214	0,000000	1,400000	-0,010051	1,388985	-0,017839	1,416667	0,001735	1,418861	0,003286
<b>G</b>	1,498307	1,497475	-0,000555	1,482759	-0,010377	1,471254	-0,018056	1,502315	0,002675	1,500000	0,001130
	1,587401	1,585786	-0,001017	1,571429	-0,010062	1,560099	-0,017199	1,592593	0,003270	1,585786	-0,001017
<b>A</b>	1,681793	1,679623	-0,001290	1,666667	-0,008994	1,656341	-0,015134	1,687500	0,003394	1,677124	-0,002776
	1,781797	1,779519	-0,001279	1,769231	-0,007053	1,760943	-0,011704	1,787037	0,002941	1,775255	-0,003672
<b>B</b>	1,887749	1,886081	-0,000883	1,880000	-0,004105	1,875044	-0,006730	1,891204	0,001830	1,881966	-0,003063
<b>C</b>	2,000000	2,000000	0,000000	2,000000	0,000000	2,000000	0,000000	2,000000	0,000000	2,000000	0,000000

## écart des inverses

comparaison gamme tempérée	Un monde en expansion						Des ronds dans l'eau I		Des ronds dans l'eau II		
	a	b	écart (b-a)/a	c	écart (c-a)/a	d	écart (d-a)/a	e	écart (e-a)/a	f	écart (f-a)/a
rac12e de 2 inverse égal	selon $\sqrt{2}$ inverse égal			selon 3/2 inverse		selon $\pi/2$ inverse		S/432+1 inverse		(4-r)/2 +1 inverse	
<b>C</b>	1,000000	1,000000	0,000000	1,000000	0,000000	1,000000	0,000000	1,000000	0,000000	1,000000	0,000000
	1,059463	1,060400	0,000884	1,063830	0,004122	1,066642	0,006776	1,057528	-0,001827	1,062718	0,003073
<b>D</b>	1,122462	1,123899	0,001280	1,130435	0,007103	1,135755	0,011843	1,119171	-0,002932	1,126599	0,003685
	1,189207	1,190743	0,001292	1,200000	0,009075	1,207481	0,015366	1,185185	-0,003382	1,192517	0,002784
<b>E</b>	1,259921	1,261204	0,001018	1,272727	0,010164	1,281970	0,017500	1,255814	-0,003260	1,261204	0,001018
<b>F</b>	1,334840	1,335582	0,000556	1,348837	0,010486	1,359385	0,018388	1,331279	-0,002668	1,333333	-0,001129
	1,414214	1,414213	0,000000	1,428571	0,010153	1,439900	0,018163	1,411765	-0,001732	1,409581	-0,003276
<b>G</b>	1,498307	1,497475	-0,000556	1,512195	0,009269	1,523710	0,016954	1,497400	-0,000605	1,490660	-0,005104
	1,587401	1,585786	-0,001017	1,600000	0,007937	1,611015	0,014876	1,588235	0,000526	1,577350	-0,006332
<b>A</b>	1,681793	1,679622	-0,001291	1,692308	0,006252	1,702044	0,012041	1,684211	0,001438	1,670531	-0,006697
	1,781797	1,779519	-0,001279	1,789474	0,004308	1,797036	0,008552	1,785124	0,001867	1,771210	-0,005942
<b>B</b>	1,887749	1,886081	-0,000884	1,891892	0,002195	1,896259	0,004508	1,890591	0,001506	1,880568	-0,003804
<b>C</b>	2,000000	2,000000	0,000000	2,000000	0,000000	2,000000	0,000000	2,000000	0,000000	2,000000	0,000000

A vrai dire, une comparaison - et le calcul de l'écart - par rapport à la gamme tempérée, ne mène pas à grand chose. La gamme tempérée est elle-même artificielle, fondée sur un côté pratique, mais sans être l'objectivité elle-même (et ce que j'en écris n'enlève rien à sa valeur, son utilité de pouvoir changer de ton sans hiatus, j'ai beaucoup d'estime pour cette solution).

J'avais fait le choix de comparer surtout pour montrer le faible écart le côté très proche des résultats avec les valeurs musicales admises : mon but était de montrer le lien, l'approche, de la musique ou des valeurs de rapport de musique.

Après, comparer les écarts relatifs de mes différentes approches n'a pas grand sens.