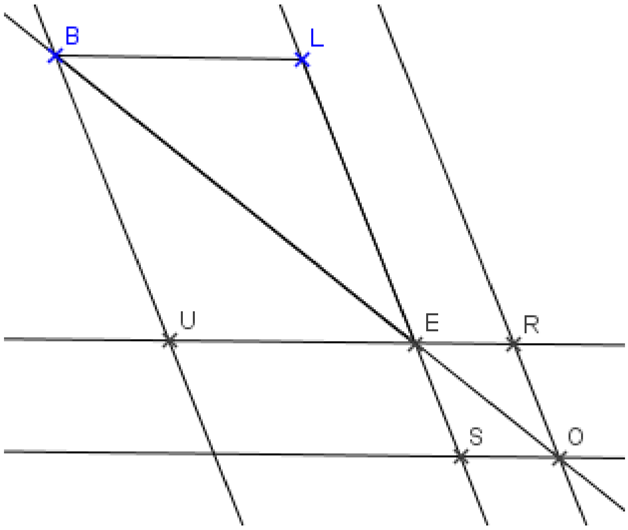
Exercice 1 (7 pts) :



1) Les droites (OB) et (UR) sont sécantes en E.

Les droites (BU) et (OR) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{EO}{EB} = \frac{ER}{EU} = \frac{OR}{BU}$$

On utilise :

$$\frac{EO}{EB} = \frac{OR}{BU}$$

On a donc :

$$OR = \frac{EO \times BU}{EB}$$
$$OR = \frac{30 \times 50}{75}$$
$$OR = 20$$

Les droites (OB) et (CS) sont sécantes en E. Les droites (BC) et (OS) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{EO}{EB} = \frac{ES}{EL} = \frac{OS}{BL}$$

On utilise :

$$\frac{EO}{EB} = \frac{OS}{BL}$$

On a donc :

$$OS = \frac{EO \times BL}{EB}$$
$$OS = \frac{30 \times 40}{75}$$
$$OS = 16$$

Donc $\boxed{\text{OR = 20 cm}}$ et $\boxed{\text{OS= 16 cm}}$.

2) On sait que (ER) et (SO) sont parallèles et aussi que (ES) et (RP) le sont également.

Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux, alors c'est un parallélogramme.

Donc $\boxed{\text{ROSE est un parallélogramme}}$.

3) Calcul du coefficient de réduction :

$$\frac{EO}{EB} = \frac{30}{75} = \frac{2}{5} = 0{,}4$$

Donc le parallélogramme ROSE est une réduction du parallélogramme BLEU, de coefficient $\boxed{0{,}4}$.

4) ROSE est une réduction du parallélogramme BLEU de coefficient 0,4.

Si les longueurs sont multipliées par k, les aires sont multipliées par k^2.

Aire de ROSE :

$$A = 1\,849 \times (0{,}4)^2 = 295{,}84$$

L'aire du parallélogramme ROSE mesure $\boxed{295{,}84 \text{ cm}^2}$.

Exercice 2 (5,5 pts) :

1) On sait que le cercle C1 a pour diamètre [EG], et que F est un point du cercle. De même, le cercle C2 a pour diamètre [EO], et H est un point du cercle.

Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle, alors ce triangle est rectangle en ce point.

Donc les triangles EFG et EHO sont respectivement rectangles en F et en H.
Les droites (OH) et (FG) sont donc perpendiculaires à la droite (FE).
Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles.
Donc les droites (OH) et (FG) sont parallèles.

2) Les droites (FH) et (OG) sont sécantes en E. Les droites (OH) et (FG) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{\mathrm{EH}}{\mathrm{EF}} = \frac{\mathrm{EO}}{\mathrm{EG}} = \frac{\mathrm{OH}}{\mathrm{FG}}$$

On sait que O est le milieu de [EG] car le cercle de diamètre [EG] a pour centre O, donc :

$$\frac{\mathrm{EO}}{\mathrm{EG}} = \frac{\frac{1}{2}\mathrm{EG}}{\mathrm{EG}} = \frac{1}{2}$$

Donc $\mathrm{FG} = 2\mathrm{OH} = 2 \times 3 = 6$
La longueur FG est égale à $\boxed{6\text{ cm}}$.

Exercice 3 (6 pts) :

1) E ∈ [AB] donc AB = AE + EB, et EB = AB – AE = 5 – 2 = 3. EB = 3 cm.

E ∈ [CD] donc CD = CE + ED, et ED = CD – EC = 9 – 3,6 = 5,4. ED = 5,4 cm.
Les droites (AB) et (CD) sont sécantes en E, et les points A, E, B et C, E, D sont alignés dans le même ordre.

D'une part :

$$\frac{\mathrm{EA}}{\mathrm{EB}} = \frac{2}{3}$$

D'autre part :

$$\frac{\mathrm{EC}}{\mathrm{ED}} = \frac{3,6}{5,4} = \frac{36}{54} = \frac{2 \times 18}{3 \times 18} = \frac{2}{3}$$

On constate que $\frac{\mathrm{EA}}{\mathrm{EB}} = \frac{\mathrm{EC}}{\mathrm{ED}}$ donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites $\boxed{\text{(AC) et (BD) sont parallèles}}$.

2) Les droites (AB) et (CD) sont sécantes en E, et les points B, E, A et C, E, D sont alignés dans le même ordre.

D'une part :

$$\frac{\mathrm{EA}}{\mathrm{EB}} = \frac{2}{3}$$

D'autre part :

$$\frac{\mathrm{ED}}{\mathrm{EC}} = \frac{5,4}{3,6} = \frac{54}{36} = \frac{3 \times 18}{2 \times 18} = \frac{3}{2}$$

On constate que $\frac{\mathrm{EA}}{\mathrm{EB}} \neq \frac{\mathrm{ED}}{\mathrm{EC}}$ donc, d'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites $\boxed{\text{(AD) et (BC) ne sont pas parallèles}}$.

Exercice 4 (1,5 pts) :

$$A = \frac{31 \times (10^{-3})^2}{16 \times 10^5 \times 5 \times 10^3}$$

$$A = \frac{31}{16 \times 5} \times \frac{(10^{-3})^2}{10^5 \times 10^3}$$

$$A = \frac{31}{80} \times \frac{10^{-6}}{10^8}$$

$$A = 0,3875 \times 10^{-14}$$

$$\boxed{A = 3,875 \times 10^{-15}}$$