

Guillaume Bigourdan

Tout sur les cadrans solaires

LES
CADRANS SOLAIRES;

INTRODUCTION.

1. La connaissance de l'heure exacte est évidemment pour nous une nécessité continuelle. Sans cette connaissance que deviendraient, par exemple, nos moyens de communication ?

A des degrés divers ce besoin a toujours été ressenti : au XVI^e siècle, l'auteur d'un traité des cadrans solaires prétendait qu'il n'est pas plus possible de se passer de cadran que de manger et de boire. Et à une époque relativement récente on construisait encore des objets familiers, disposés de manière à donner l'heure par le Soleil, par exemple des cannes gnomoniques.

De ce besoin universellement ressenti est née la division du temps, et en particulier la division du jour, portée aujourd'hui à un haut degré de perfection grâce à la précision des garde-temps (montres, chronomètres, horloges, etc.). Mais ces appareils mécaniques sont d'invention relativement récente, et longtemps l'homme n'a disposé, pour diviser le jour, que de moyens primitifs, empruntés aux faits les plus ordinaires de la vie courante.

2. De tous les phénomènes qui nous entourent habituellement, la modification continue de l'ombre produite par un objet quelconque est assurément celui dont la relation est la plus intime avec le mouvement journalier du Soleil, avec l'écoulement graduel de la journée. Aussi le premier moyen employé partout pour diviser le jour est le changement de direction et de grandeur de l'ombre produite par un objet familier, par le corps de l'homme par exemple : les plus âgés d'entre nous ont pu le voir employé encore dans les campagnes lorsque, il y a un demi-siècle ou plus, les pendules et les montres y étaient encore peu communes. Aussi est-ce peut-être inutilement que Bailly suppose du génie au premier qui s'avisait d'employer ainsi l'ombre : un tel usage est de ceux qui s'établirent comme d'eux-mêmes dans les sociétés primitives.

Ensuite, et peut-être après un assez grand nombre de siècles, on utilisa l'ombre d'objets plus réguliers, d'une tige, d'une colonne spéciale, d'un obélisque (fig. 1 et 2) ; et ainsi se trouva constitué le premier instrument destiné à donner l'heure, celui qui a reçu le nom de gnomon.

LE GNOMON

3. Quoique ce mot soit grec, le gnomon est bien antérieur à la civilisation hellène. Les Chinois prétendent l'avoir employé déjà du temps de Yao, 24 siècles avant notre ère; et leurs livres rapportent des observations faites avec cet instrument plus de 1000 ans avant J.-C.

Le cadran d'Achaz (720 av. J.-C.) était peut-être un gnomon ; en tout cas, d'après Hérodote (II, 109), les Babyloniens firent connaître le gnomon aux Grecs; et ce fut sans doute Anaximandre qui l'introduisit parmi ses compatriotes, car parfois on lui en attribue l'invention.

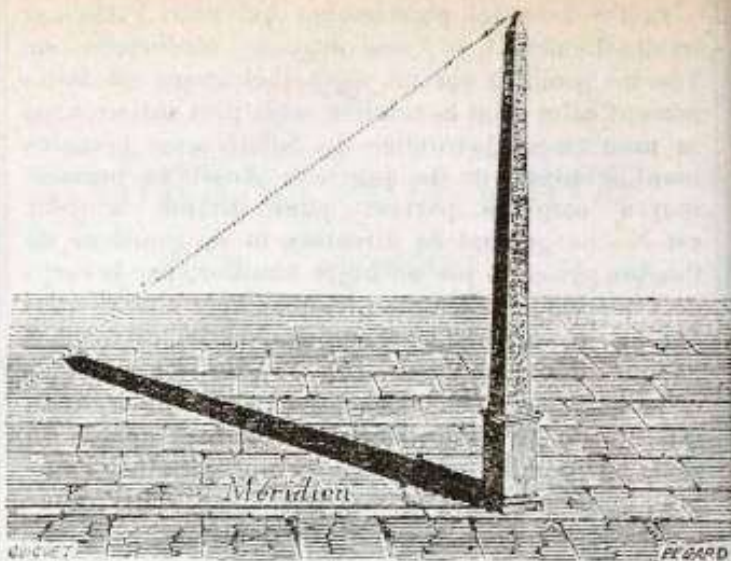


Fig. 1. — Obélisque pouvant former gnomon.

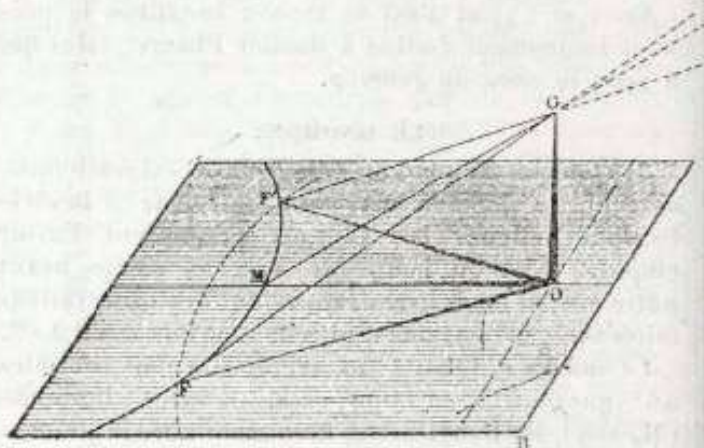


Fig. 2 — Gnomon simple OG employé pour déterminer la direction OM du méridien, par le moyen d'ombres égales OF, OF'.

Fig 1. — Obélisque pouvant former gnomon.

Fig. 2 — Gnomon simple OG employé pour déterminer la direction OM du méridien, par le moyen d'ombres égales OF, OP.

Dès lors, l'usage de cet instrument se répandit dans tout le bassin de la Méditerranée; ainsi vers 320 av. J.-C. Pythéas l'employait à Marseille; et du temps d'Ératosthène (–220) l'observation des ombres du gnomon était familière dans un grand nombre de villes grecques.

Il y avait aussi des gnomons dans l'ancienne Égypte, et il en existait au Pérou lors de l'arrivée des Européens.

4. Pour que les observations faites au gnomon aient une certaine exactitude, il est indispensable que les dimensions de cet instrument soient assez grandes, autrement dit que le gnomon soit assez élevé; mais alors, comme le Soleil n'est pas un simple point, l'extrémité de l'ombre perd de plus en plus de sa netteté à mesure que le gnomon est plus haut, à cause du diamètre apparent du Soleil, ainsi que le montre un coup d'œil jeté sur la figure 3, où AO est le gnomon et S le Soleil, dont le diamètre apparent BOB' est d'environ un demi-degré : l'ensemble de l'ombre se termine en B', l'ombre pure en B, et l'intervalle BB' est couvert d'une ombre dégradée ou pénombre dont l'extrémité B' n'a aucune netteté.

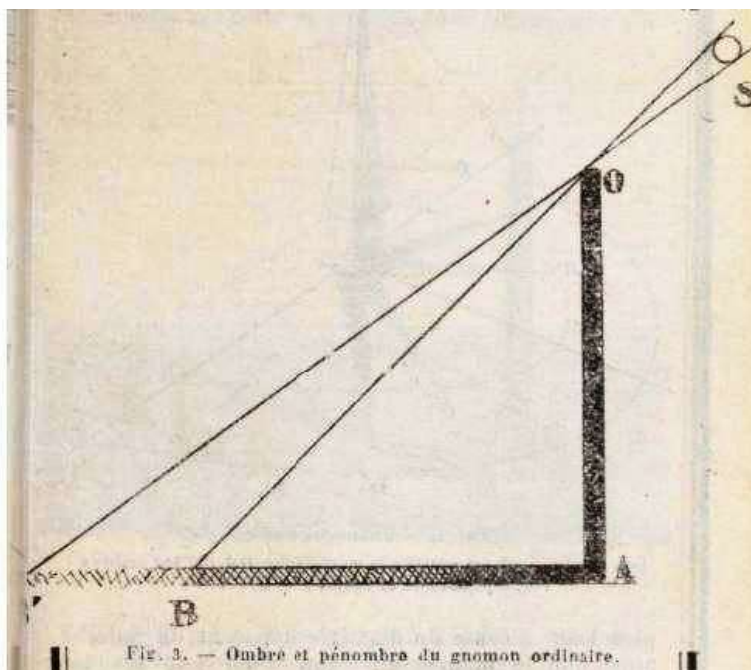


Fig. 3. — Ombre et pénombre du gnomon ordinaire,

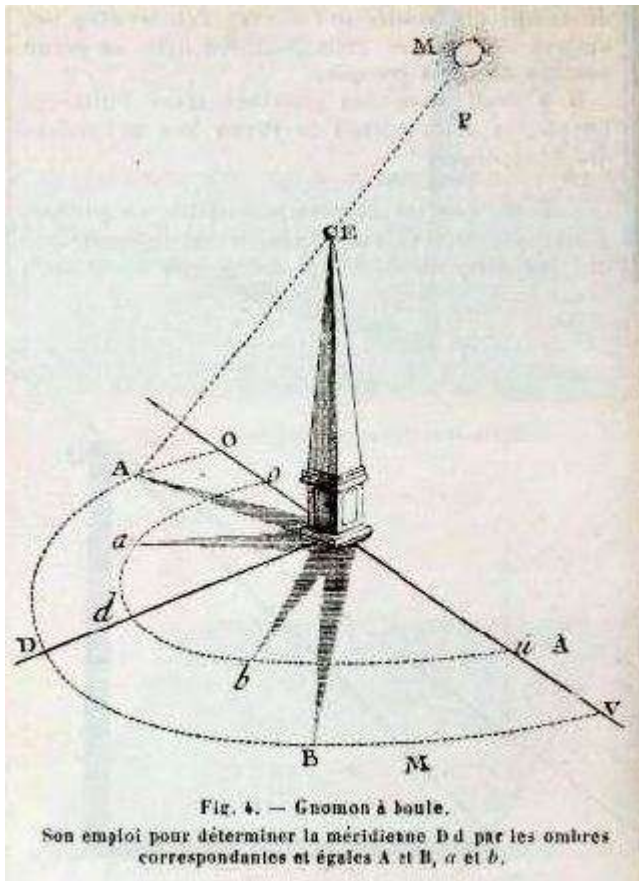


Fig. 4. — Gnomon à boule.
Son emploi pour déterminer la méridienne D d par les ombres correspondantes et égales A et B, a et b.

Cet inconvénient fut d'abord évité en surmontant le gnomon d'une boule (fig. 4) : alors la pénombre est symétrique tout autour d'un point qui ainsi est plus facile à déterminer, et qui correspond visiblement au centre de la boule et au centre du Soleil.

On trouve cette forme de gnomon, avec boule terminale, sur des médailles du temps de Philippe de Macédoine; et

cette disposition, qui fut commune à Rome, dût y être introduite par Menélaus, car souvent on lui attribue ce perfectionnement.

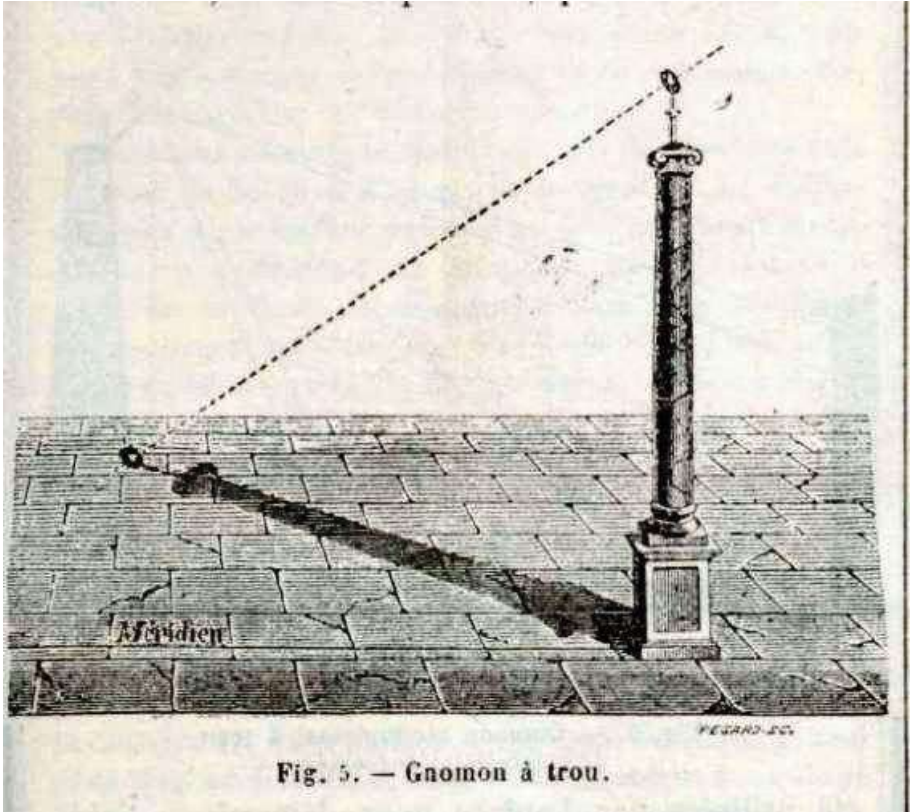


Fig. 5. — Gnomon à trou.

De leur côté les Arabes évitèrent le même inconvénient par l'emploi d'un trou rond terminant le gnomon (fig. 5) : ici le centre de l'ombre reçoit plus de lumière que les régions environnantes, et il correspond également au centre du trou et au centre du Soleil. Ce perfectionnement est attribué à Ibn-Younis, et il passa des Arabes aux Persans qui le firent connaître en Chine ; c'est ainsi que le célèbre astronome chinois Co-Chéou-King l'employa, vers 1278, pour prendre des longueurs d'ombre qui ont été utilisées par Laplace pour déterminer l'obliquité de l'écliptique et sa variation.

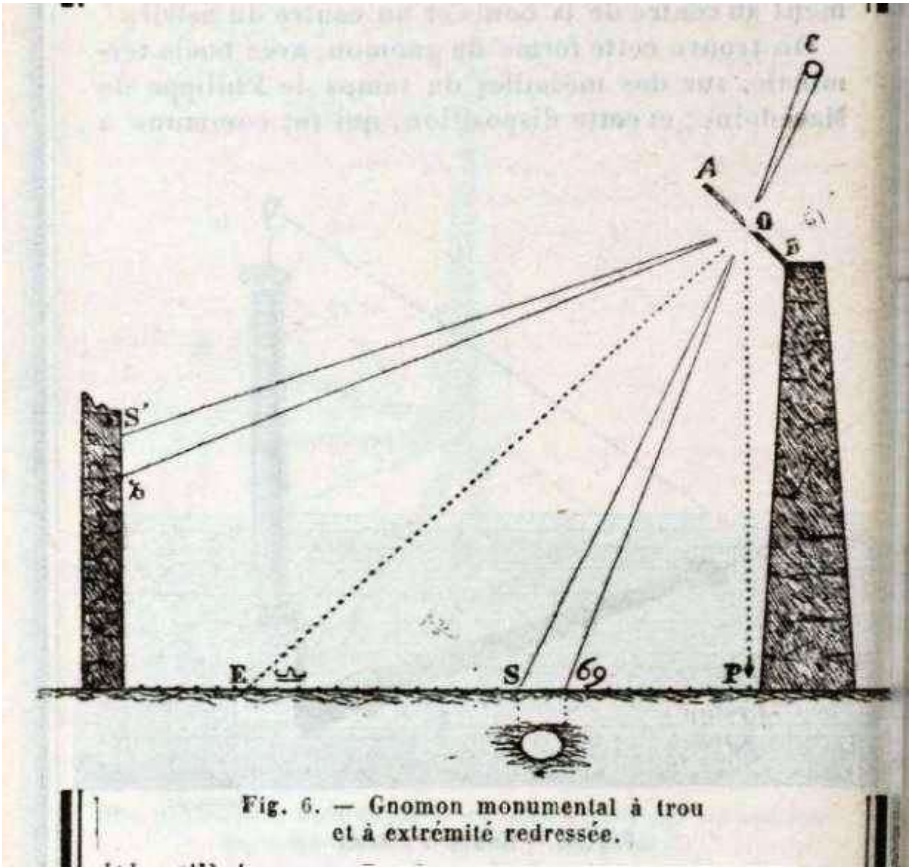


Fig. 6. — Gnomon monumental à trou et à extrémité redressée.

Fig. 6—Gnomon monumental à trou et à extrémité redressée.

Plus tard le simple trou fut remplacé par un verre objectif de distance focale convenable, et qui donne une image solaire bien mieux terminée.

En outre on augmenta beaucoup la hauteur du gnomon, qui fut portée jusqu'à plus de 100 pieds ou 30 mètres.

5. Ce qui importe surtout dans le gnomon que l'on pourrait appeler *astronomique*, c'est l'immobilité parfaite de l'extrémité supérieure, boule, trou, objectif ; aussi on remplaça la colonne par les murs de quelque édifice bien solide et très élevé.

Comme d'ailleurs le gnomon servait à déterminer la longueur de l'année, à régler le calendrier, à fixer la fête de Pâques, souvent, à partir du XVII^e siècle surtout, il fut

dressé dans les églises sous cette forme économique, et il en existe encore aujourd'hui un certain nombre.

Dans nos climats le Soleil donne des ombres très longues au solstice d'hiver, et souvent on ne disposait pas d'un édifice ayant une longueur suffisante.

Alors on redressait en quelque sorte l'extrémité nord de la ligne méridienne contre une muraille, un obélisque opposé (fig. 6) : c'est ce qui a lieu au gnomon bien connu de l'église Saint-Sulpice à Paris.

Passage du gnomon au cadran solaire.

6. Le gnomon, qui a été très employé et très utile dans l'ancienne astronomie, a un grand inconvénient pour la division du jour, à cause de la variation continuelle de la déclinaison du Soleil : pour une même heure considérée en des jours différents, la longueur de l'ombre, n'est pas la même, non plus que sa direction, sauf celle de midi. Lors donc que dans les *Harangueuses* d'Aristophane deux personnages se donnent rendez-vous pour l'instant où l'ombre aura 10 pieds, cette indication n'a de valeur que pour un jour particulier de l'année ; dans une autre saison il aurait fallu convenir d'une autre longueur, au moins pour avoir la même heure.

Aussi avait-on dressé des sortes de barèmes qui, mois par mois, donnaient la proportion de l'ombre pour les différentes heures du jour; et comme la longueur de l'ombre change avec la latitude, chaque localité avait son barème ; l'usage en était courant à Rome au temps de la décadence de l'empire.

Cela rendait très incommode l'emploi de gnomons de diverses longueurs; aussi en Chine la loi avait fixé cette longueur uniformément à 8 pieds.

7. Ces inconvénients du gnomon ou style vertical provoquèrent sans doute la recherche d'une forme plus avantageuse; et elle fut trouvée par celui qui s'avisait de diriger le style vers le pôle, c'est-à-dire de le placer parallèlement à l'axe du monde; alors la longueur de

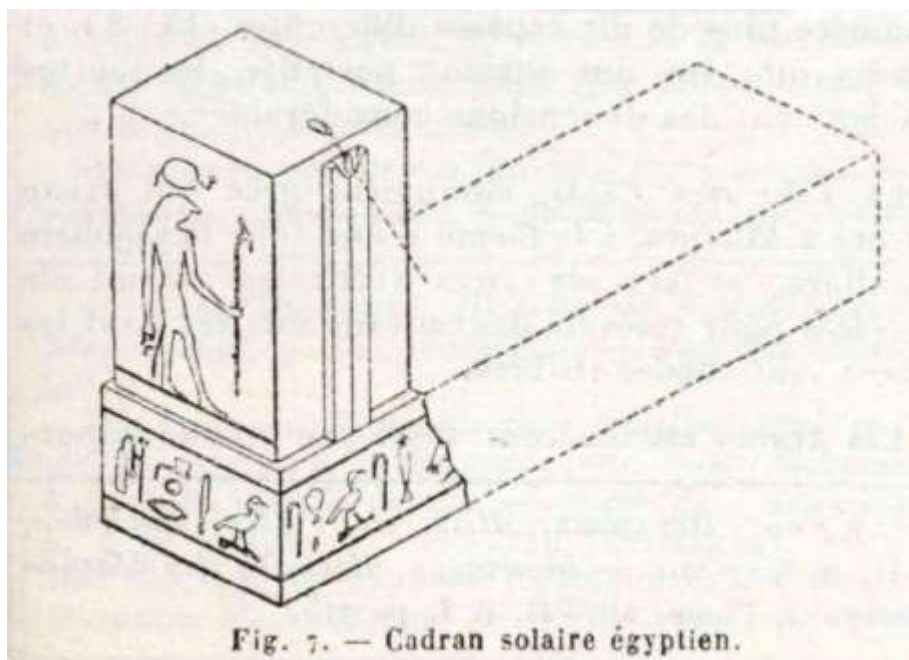
l'ombre change encore avec la saison, mais sa direction est toujours la même pour une même heure tout le long de l'année : le cadran solaire se trouva ainsi inventé.

Toutefois on ne passa pas toujours directement du gnomon au cadran solaire, et l'on eut aussi l'idée de remplacer la surface plane horizontale sur laquelle se projette l'ombre du gnomon par une surface sphérique concave tournée vers le haut, avec un style vertical dont l'extrémité libre arrivait exactement au centre de cette sphère. Alors la même direction de l'ombre correspond toujours à la même fraction de la journée, à la même heure temporaire ; sa longueur seule varie d'un jour à l'autre. Un tel instrument, contre-partie de la voûte céleste, était très facile à imaginer, à construire, et il a été employé sous le nom de Scaphé ou de Polos, dont l'invention est attribuée à Bérose le Chaldéen (vers — 300). Il fut très employé dans l'antiquité, et les fouilles archéologiques en ont fait découvrir plusieurs, aujourd'hui conservés dans les musées. Il pouvait aussi servir à mesurer la latitude, et certains auteurs disent qu'Eratosthène en fit usage pour sa mesure de la Terre.

Lors de la fondation de l'Observatoire de Paris, J.-D. Cassini s'était proposé d'y construire, au-dessus de la tour de l'Ouest, un grand scaphé, ayant au centre une lentille ou verre objectif, en vue de donner une image plus nette du Soleil.

8. Le scaphé, spécialement adapté aux heures temporaires, ne comporte pas de grandes dimensions ; et, employé sans lentille comme chez les anciens, il n'est susceptible que d'une faible précision ; en outre il ne se prête guère une exposition à la vue du public : ces inconvénients sont évités dans le cadran solaire, constitué par un style dirigé vers le pôle céleste; *cette condition se retrouve dans tous les cadrans solaires*, mais parfois le style est fictif, c'est-à-dire réduit à deux points.

Cet instrument fut sans doute inventé en Chaldée; mais il était connu aussi en Égypte, et la figure 7 en représente un emprunté à J.-B. Biot. En Grèce, le premier cadran solaire aurait été établi par Anaximandre vers l'an 545 avant J.-C.; mais on n'en trouve à Rome qu'après la seconde guerre punique (vers — 200); encore ce premier cadran avait-il été enlevé à Catane, de sorte qu'il ne pouvait donner exactement l'heure à Rome, à cause de la différence notable des latitudes. Ce ne fut qu'en -164 que fut construit le premier cadran solaire dressé pour Rome même.



9. En raison de l'importance que présente la division de la journée, le cadran solaire se répandit rapidement, affecta des formes nombreuses, et il y eut dans l'antiquité, disent quelques auteurs anciens, de grandes industries qui fournissaient le monde d'une foule de variétés de cadrans solaires et d'autres instruments propres à mesurer le temps.

Aussi leur construction devint un art spécial, connu sous le nom de *Gnomonique* ou de *Scintérique* ; il fut déjà poussé

à un haut degré de perfection par les Grecs¹, qui varièrent beaucoup la forme et les dimensions de ces instruments; Vitruve en énumère plus de dix espèces différentes (IX, 8), et tandis que les uns étaient portatifs, les autres atteignaient des dimensions considérables.

La Tour des Vents, monument grec qui existe encore à Athènes, a la forme d'une tour hexagonale régulière, et ses six faces verticales avaient été dressées pour recevoir des cadrans solaires dont les traces sont encore visibles.

Les Arabes attribuèrent aussi une grande importance à la Gnomonique², et, sans rien ajouter d'essentiel à celle des Grecs, ils construisirent aussi des cadrans solaires de toutes sortes.

Cette science continua de jouir d'une vogue universelle au Moyen-Age et jusqu'à la fin du XVIIIe siècle; aussi fut-elle l'objet d'un grand nombre d'Ouvrages³ de tout genre, depuis ceux qui traitent les questions analytiquement jusqu'aux manuels destinés aux praticiens et décrivant minutieusement toutes les opérations à effectuer; souvent ils renferment des tables étendues afin de dispenser de tout calcul.

Au XVIIIe siècle il y avait encore des ouvriers spéciaux pour tracer les cadrans solaires, et la figure 9 montre une partie de leur outillage.

Enfin les cadrans forment d'élégants motifs de décoration architecturale, ce qui suffirait à recommander encore leur emploi.

¹ Voir DELAMBRE, Hist. de l'Astr. ancienne, t. II, p. 459-519. — Montucla, Histoire des Mathématiques, Paris, an VII, t. I, p. 715.

² Voir DELAMBRE, Histoire de l'Astronomie au Moyen-Age, p. 56 (Albategnius), 129 (Ibn-Younis), 513.

³ Pour la bibliographie des ouvrages et Mémoires relatifs à la Gnomonique, voir HOUZEAU et LANCASTER, Bibliographie générale de l'Astronomie, t. I, 2e partie, p. 1272-1310 (Ouvrages), et t. II, col. 440-446 et 1603-1604 (Mémoires). Voir aussi HOUZEAU, Vade-Mecum de l'Astronome, p. 158-166.

10. Un cadran solaire peut être tracé sur une surface quelconque; mais le plus ordinairement on ne fait usage que de surfaces planes, généralement horizontales ou verticales.

Pour tracer un cadran solaire il est au moins utile, sinon nécessaire, de connaître la direction du méridien et la latitude, ainsi que divers autres éléments faciles à déterminer.

On pourra prendre la latitude sur une carte topographique, comme celle de l'Etat-Major (qui la donne en degrés sexagésimaux et en degrés centésimaux), ou celle du Ministère de l'Intérieur, qui la donne en degrés sexagésimaux. Quant à la direction du méridien.



Fig. 8. — La Gnomonique, d'après Bosse.

Fig. 8. — La Gnomonique, d'après Bosse.

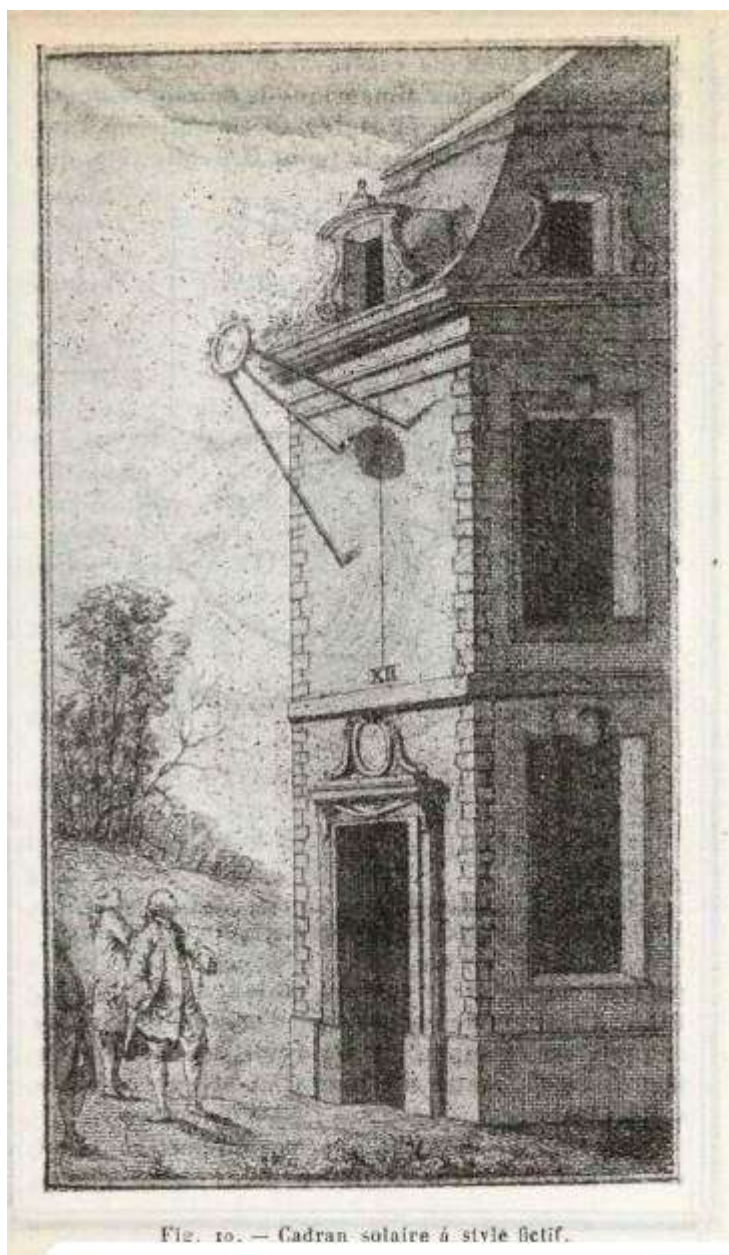


Fig. 10. — Cadran solaire à style fictif.

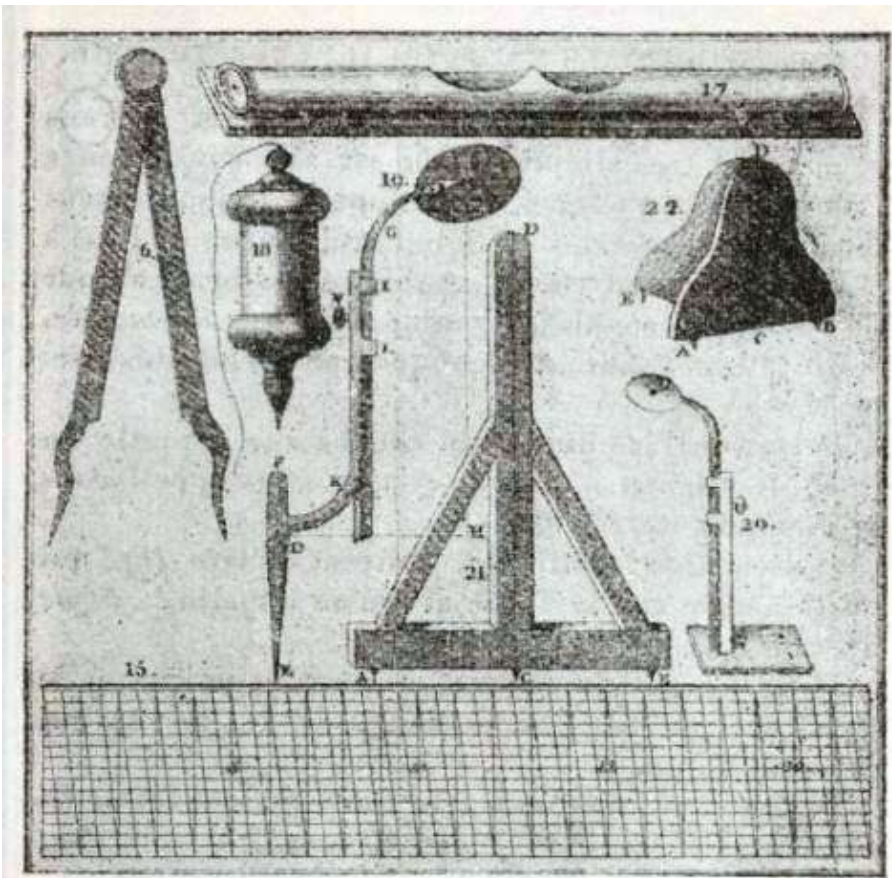


Fig. 9. — Quelques instruments utiles pour tracer les cadrans solaires.

Fig. 9. — Quelques instruments utiles pour tracer les cadrans solaires.

Pour avoir la latitude et la direction du méridien avec plus de précision, ce qui n'est pas bien utile, il sera nécessaire d'avoir un instrument, un théodolite par exemple : alors on se servira de l'étoile polaire et des Tables spéciales données chaque année à la fin de *la Connaissance des Temps*.

LES CADRANS SOLAIRES.
CHAPITRE I.
CADRANS SOLAIRES EN GÉNÉRAL; LEUR THÉORIE.

11. La théorie proprement dite des cadrans solaires est très simple : elle est une conséquence immédiate, de quelques définitions et du mouvement journalier ou *diurne* du Soleil, qui tourne de l'Est à l'Ouest d'un mouvement angulaire *uniforme* autour de la ligne des pôles, ligne appelée *axe du monde*.

Un cadran solaire quelconque comprend plusieurs parties :
1° Une surface plane ou courbe sur laquelle on trace les lignes d'ombre, et que nous appellerons la *Table* du cadran;

2° Une tige rectiligne, souvent fictive⁴, qui porte ombre sur la Table et qu'on appelle le *Style* du cadran.

3° Le Centre du cadran, qui est le point où le style, réel ou fictif, et prolongé s'il est nécessaire, perce la Table.

4 Des lignes tracées sur la Table et dont les principales sont ordinairement des droites qui vont toutes passer par le Centre du cadran, et sur lesquelles le Soleil marque le temps aux diverses heures du jour : ce sont les *lignes horaires*.

12. Cela posé, au point quelconque de la Terre où l'on veut établir un cadran solaire et tracer les lignes horaires, considérons (fig. 11) une sphère auxiliaire P E P' E' de

⁴ La figure 10 montre un cadran qui n'a pas de style; les trois tiges plantées dans le mur supportent une ombre. L'erreur maxima que peut produire cette substitution, comme toutes les substitutions analogues qui vont suivre, atteint au plus à la valeur de parallaxe horizontale du Soleil, soit 9" en nombre rond. Comme 1" répond à 1mm vu à 20600, l'erreur considérée n'atteindra donc jamais 1mm sur un cadran qui aurait 20m de côté, ou 1 sur un cadran de 2m ; elle est donc toujours négligeable. Le point qui est un point du style fictif; un autre point est le *Centre du cadran*.

centre O , de rayon arbitraire mais comparable aux dimensions du cadran, soutenue par une tige droite et rigide CC' parallèle à l'axe du monde et passant par le point O : cette tige, qui portera ombre sur le cadran, est le style de celui-ci.

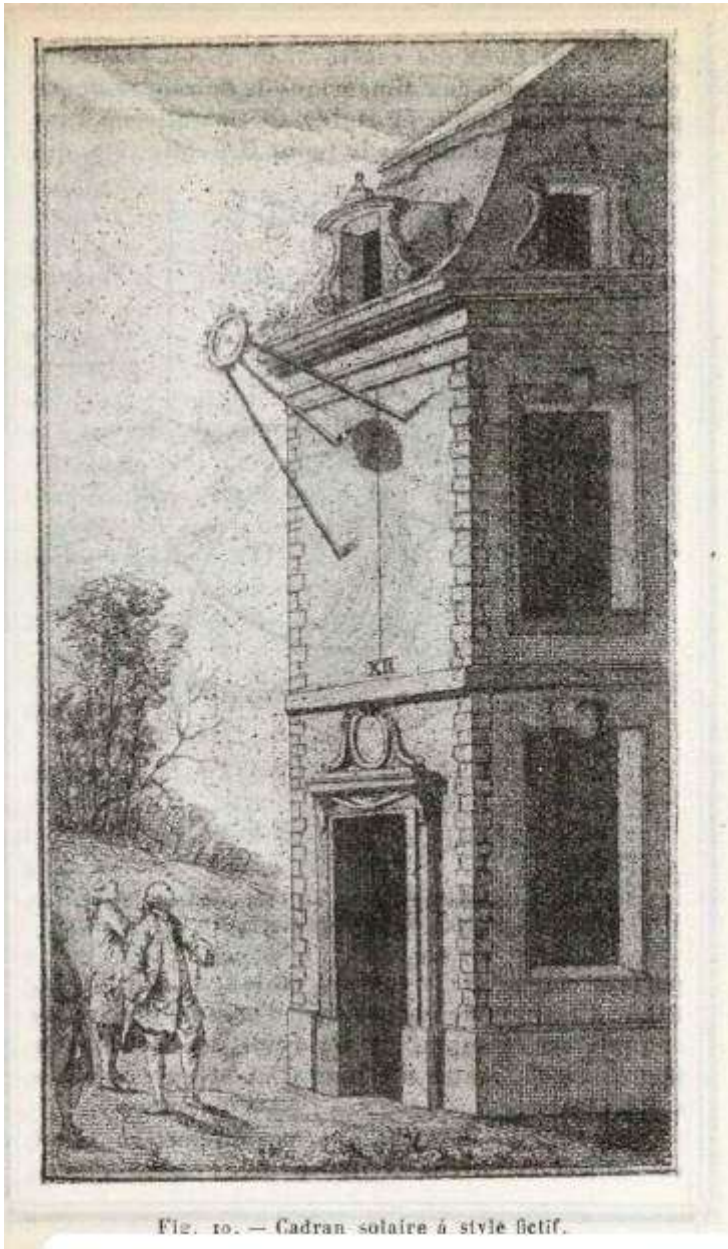


Fig 10— Cadran solaire à stylé fictif.

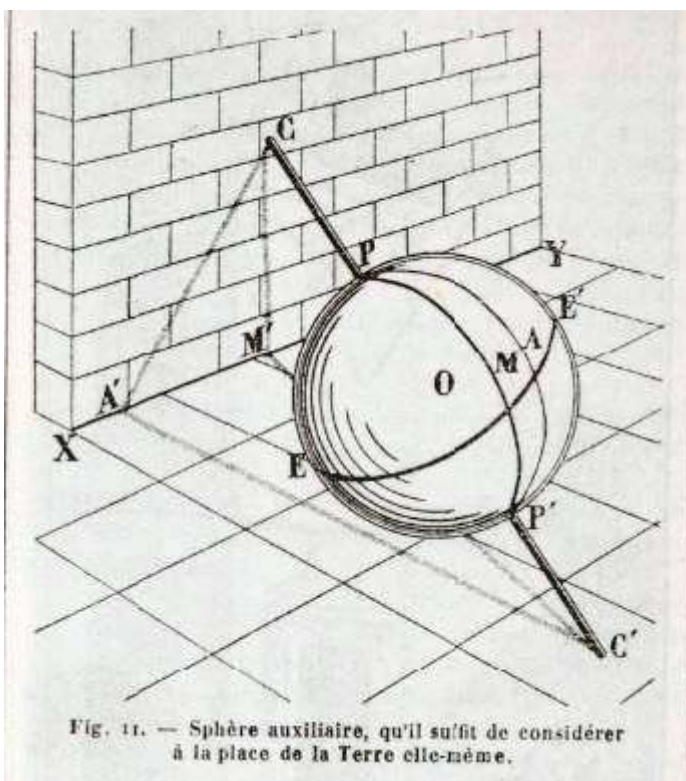


Fig. 11 — Sphère auxiliaire, qu'il suffit de considérer à la place de la Terre elle-même.

Elle est maintenue en position d'une manière quelconque, par exemple, en appuyant, comme dans la figure, en C contre un mur CXY et en C' sur le sol XC'Y.

Nous voulons montrer que, par rapport au Soleil et à son mouvement journalier, cette sphère auxiliaire se trouve dans les mêmes conditions que la Terre elle-même au point considéré, de sorte que pour l'une et pour l'autre le lever du Soleil, son passage au méridien ou à un cercle horaire quelconque, son coucher, etc. se produisent aux mêmes instants; cela fait, au lieu de la Terre elle-même il suffira de considérer la sphère auxiliaire, ou même seulement son équateur EE'.

Soit, par exemple, un plan EME' mené par le centre O perpendiculairement au style CC' : il coupe la sphère

suivant un grand cercle EME' qui est rigoureusement parallèle à l'équateur terrestre et que, sans erreur sensible⁵, on peut supposer coïncider avec cet équateur, à cause de la distance extrêmement grande du Soleil.

Coupons encore la sphère auxiliaire par un plan mené par le style et par le Soleil : pour la même raison (la très grande distance du Soleil) il peut être confondu avec le cercle horaire du Soleil, c'est-à-dire avec le plan qui passe par cet astre et par l'axe de la Terre : ce qui démontre le principe énoncé.

Examinons encore cependant un autre cas particulier : Soit PMP' l'intersection de la sphère auxiliaire par le plan vertical du lieu qui renferme le Style : ce plan est par définition le méridien de la sphère auxiliaire et il se confond avec le méridien du lieu, de sorte que le Soleil y passe à midi⁶. Comme le Soleil tourne uniformément de 360° en 24 heures ou de 15° par heure, à 10^h , soit 2 heures avant midi, il se trouvait dans un plan tel que PAP' qui est à 30° du méridien vers l'Est. De même à 15^h il se trouvera dans le plan qui fait 45° avec le méridien vers l'Ouest.

De tout cela résulte ce théorème fondamental :

⁵ L'erreur maxima que peut produire cette substitution, comme toutes les substitutions analogues qui vont suivre, atteint au plus à la valeur de parallaxe horizontale du Soleil, soit $9''$ en nombre rond. Comme $1''$ répond à 1^{mm} vu à 206^m , l'erreur considérée n'atteindra donc jamais 1^{mm} sur un cadran qui aurait 20^m de côté, ou $0^{mm},1$, sur un cadran de 2^m ; elle est donc toujours négligeable.

⁶ Le temps marqué par les cadrans est dit *temps solaire vrai*, par opposition à divers temps conventionnels (temps solaire moyen, temps légal, temps d'été, etc.), que l'on définit par rapport au temps vrai; il s'agit ici du *midi vrai*.

En raison de la multiplicité même de ces temps conventionnels, définis par rapport au temps vrai, celui-ci conserve une certaine importance qui même ira sans doute en augmentant, à mesure que se multiplieront ces temps conventionnels.

Pour tout ce qui concerne le cadran à construire, il suffit de considérer la sphère auxiliaire O à la place de la Terre elle-même dans ses relations avec le Soleil.

13. En second lieu, l'ombre du Style est évidemment toujours dans le plan qui contient ce Style et le Soleil; de sorte qu'elle se trouve à l'intersection de la surface quelconque ou *Table* qui reçoit l'ombre et du *plan horaire* correspondant du Soleil. D'où cette seconde conséquence dont nous ferons constamment usage :

La position de l'ombre du Style, sur une surface quelconque exposée au Soleil, est l'intersection de cette surface avec le plan horaire correspondant passant par le Soleil.

14. Imaginons que par le Style CPO (fig. 12) on fasse passer des plans OPA, OPB,... tels que l'angle formé par deux plans voisins quelconques soit exactement 15° : le tour entier valant 360° , on pourra ainsi mener exactement 12 plans ou 24 demi-plans disposés régulièrement autour du style. Amenons l'un d'eux, OPA, dans le méridien : le Soleil, qui s'y trouve à 12h, a passé par le plan précédent OPB à 11^h, par l'avant-précédent OPD à 10^h, etc., et ainsi de suite. Ces plans constituent ce que nous appelons une *rose horaire* et sont donc les plans horaires dont les intersections avec la Table donneront les lignes horaires du cadran.

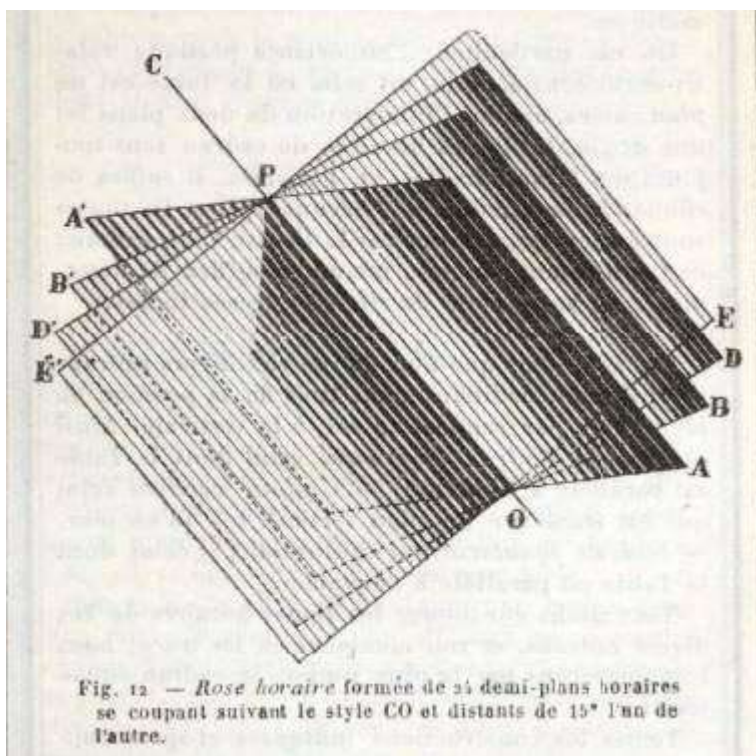


Fig. 12 — Rose horaire formée de 24 demi-plans horaires se coupant suivant le style CO et distants de 15° l'un de l'autre.

Fig. 12 — Rose horaire formée de 24 demi-plans horaires se coupant suivant le style CO et distants de 15° l'un de l'autre.

Ainsi, le problème posé de la construction d'un cadran revient à marquer sur la Table donnée, quelle qu'elle soit, les intersections des plans horaires successifs du Soleil, ce que l'on peut faire par des méthodes nombreuses soit graphiques, soit numériques.

Un cas particulier, d'importance pratique relativement considérable, est celui où la Table est un *plan* : alors, comme l'intersection de deux plans est une droite, les lignes horaires du cadran sont toujours des lignes droites, et, par suite, il suffira de connaître deux points de chacune d'elles. Or toutes vont évidemment passer par le Centre C du cadran ; ce Centre étant supposé connu, il suffira de déterminer un autre point de chacune de ces lignes.

15. Les noms que l'on donne aux divers cadrans solaires sont ordinairement tirés de la position de leur Table par rapport au sol, à la verticale. Ainsi on *appelle Cadran horizontal* celui dont la Table est parallèle à l'horizon, — *Cadran vertical* celui qui est tracé sur un plan vertical, tel qu'un mur, — *Cadran équatorial* ou *équinoxial*⁷ celui dont la Table est parallèle à l'équateur.

Nous allons considérer les lignes horaires de ces divers cadrans, et voir comment on les trace; nous commencerons par le plus simple, le cadran équatorial.

Toutes les constructions indiquées ci-après s'appliquent à une latitude quelconque, mais en général et pour simplifier l'exposition, nous supposons qu'il s'agit d'un lieu de l'hémisphère boréal de la Terre.

Remarquons aussi que l'on peut à volonté soit tracer en place le cadran considéré, c'est-à-dire immédiatement sur le mur même qui doit le porter par exemple, — soit le tracer ailleurs, comme dans le cabinet, puis le mettre, régler et fixer en place.

Dans chaque cas on verra aisément quelles restrictions il faut apporter à ces généralités.

⁷ Le nom de cadran équinoxial pourrait faire croire que ce cadran ne sert qu'au temps des équinoxes; aussi semble-t-il préférable de l'appeler uniquement cadran *équatorial*, et c'est ce que nous ferons.

CHAPITRE II. CADRAN ÉQUATORIAL

16. C'est, disons-nous, celui dont la Table est parallèle à l'équateur : le Style est donc perpendiculaire à la Table. Posons sur cette Table la rose horaire de la figure 12, sa ligne OC étant parallèle à l'axe du monde : les plans équidistants de la rose divisent évidemment la Table en 24 secteurs égaux, ayant tous pour sommet le point C du Style (fig. 13) et un angle au sommet égal à 15° .

Sur la Table du cadran (fig. 13) on tracera donc une circonférence que l'on divisera en 24 parties égales, et les lignes horaires s'obtiendront enjoignant le point C (qui est le Centre du cadran) aux points de division de la circonférence. L'un des 12 diamètres AD sera placé dans le méridien et sa moitié nord sera marquée 12, car elle sera couverte par l'ombre à midi. Les autres seront marquées 8, 9, 10,... comme on voit dans la figure 13.

17. Telle est la construction très simple du cadran équatorial. Dans la *chiffraison*, il importe de distinguer deux cas; en effet, suivant que le Soleil est au-dessus de l'équateur (printemps et été) ou au-dessous (automne et hiver) le Style devra être lui-même dirigé du Centre vers le pôle nord ou vers le pôle sud. Il y a donc deux sortes de ce genre de cadrans : le cadran équatorial *boréal* ou supérieur et le cadran équatorial austral ou inférieur.

Ils se construisent tous deux comme il vient d'être dit, mais la *chiffraison* de la graduation doit aller en sens contraire par rapport à l'observateur, car en passant de l'un à l'autre des cadrans, cet observateur (qui regarde toujours devant lui) prend deux positions opposées.

La figure 13 montre la graduation du cadran équatorial *austral*.

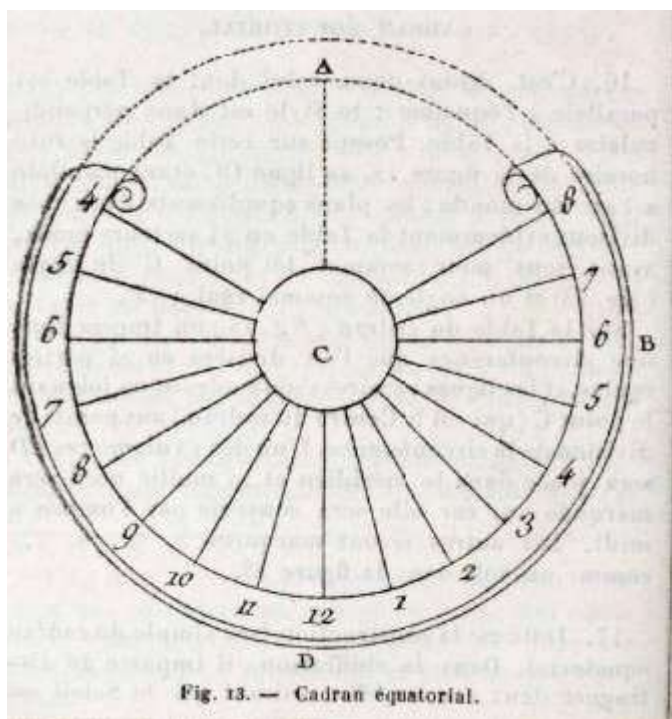


Fig. 13. — Cadran équatorial.

18. Les cadrans équatoriaux ont été très répandus autrefois sous une forme portative telle que celle représentée par la figure 14 qui représente un *cadran équatorial* universel : le cadran est tracé sur le couvercle d'une boîte renfermant une boussole; un arc de cercle gradué permet d'élever et de fixer le couvercle à la hauteur de l'équateur, et l'on oriente l'ensemble au moyen de la boussole, avec laquelle on place dans le méridien la ligne de midi. Pour que ce cadran soit bien universel, c'est-à-dire puisse servir en été comme en hiver, le style (qui peut se rabattre quand on veut fermer la boîte pour le transport) traverse le couvercle en dessus et en dessous; et le même couvercle est gradué sur les deux faces

Les figures 15 et 16 indiquent d'autres dispositions du cadran équatorial.

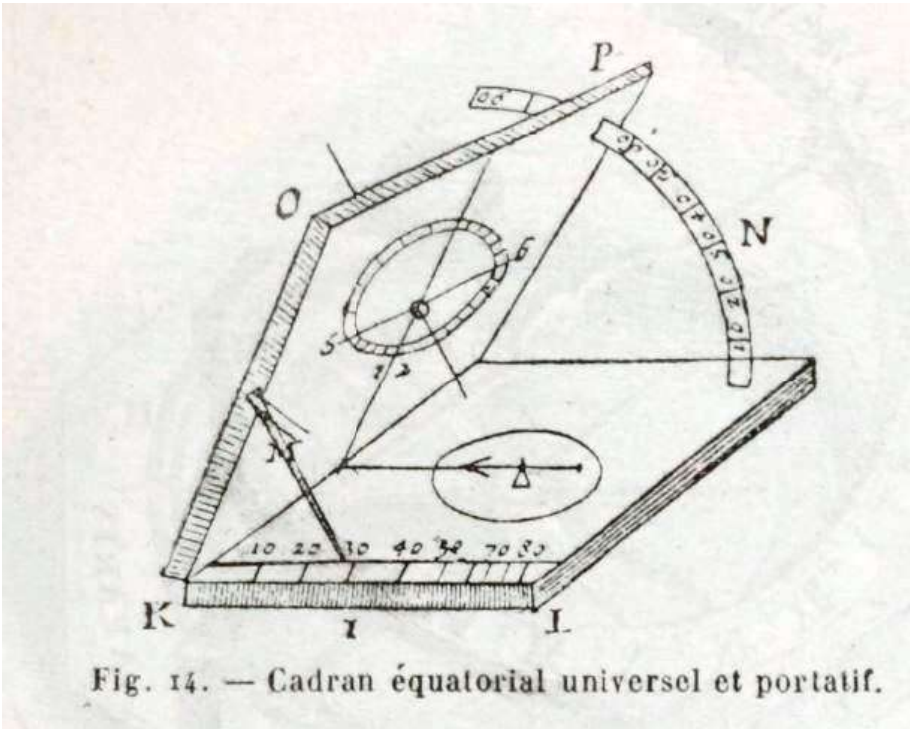


Fig. 14. — Cadran équatorial universel et portatif.

Fig. 14. — Cadran équatorial universel et portatif.

Remarque 1. — Dans le cadran équatorial la ligne VI^h-XVIII^h (ou de 6^h matin-6^h soir) est toujours horizontale; car elle fait un angle de $15^\circ \times 6 = 90$ avec la ligne de XII^h qui est une ligne de plus grande pente.

19. Remarque II. — On peut construire le cadran équatorial à sa place définitive, sur l'objet destiné à former sa Table; mais ce n'est pas indispensable, comme nous avons dit (15)⁸, et il est plus commode de le construire d'abord à part. Une simple planche suffit, et il ne reste ensuite qu'à l'orienter, ce qu'on pourra faire au moyen d'une méridienne; puis un simple rapporteur permettra de lui donner l'inclinaison voulue, c'est-à-dire celle de l'équateur.

⁸ Ces numéros entre () renvoient aux paragraphes correspondants.

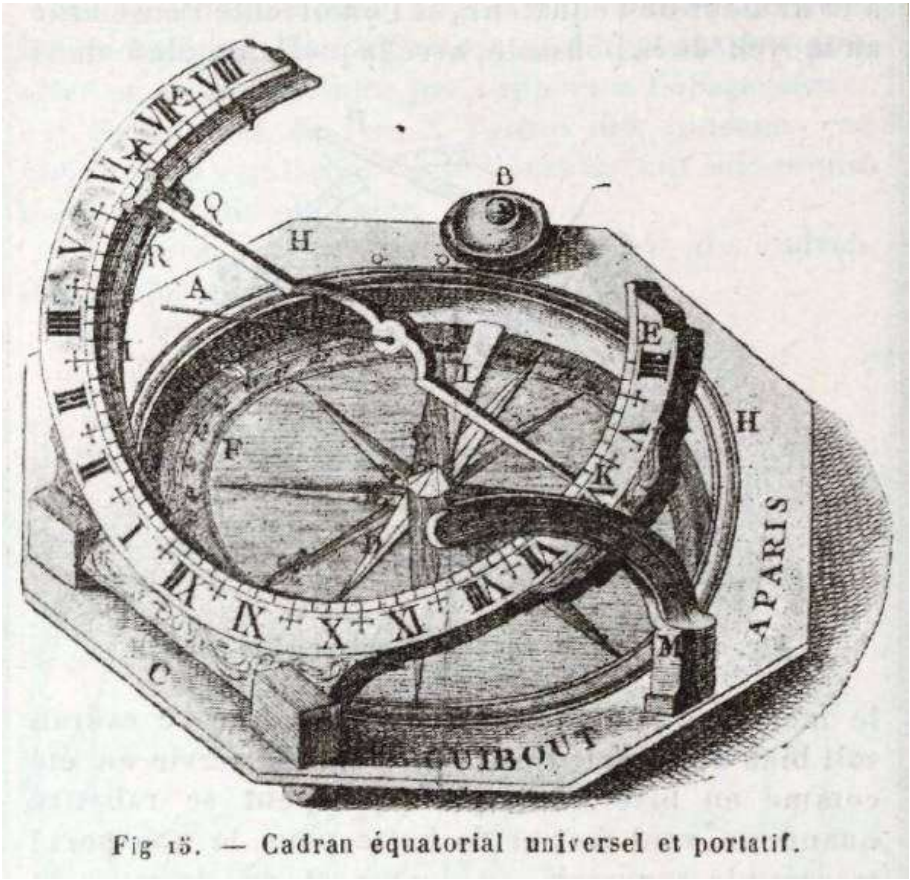


Fig. 15— Cadran équatorial universel et portatif.

Même on pourrait se passer de ce rapporteur et placer le cadran sans connaître ni le méridien, ni la latitude; en effet, comme la variation de la déclinaison du soleil en quelques heures est ici insensible, dans un cadran équatorial bien placé *l'ombre du style doit avoir la même longueur pendant tout une même journée*. On placera donc la ligne VI^h-XVIII^h horizontale, et si par exemple l'ombre est plus longue le matin que le soir, c'est que le cadran est penché vers l'ouest; on le relèvera un peu et ainsi de suite par essais successifs, jusqu'à ce que l'ombre conserve la même longueur toute la journée.

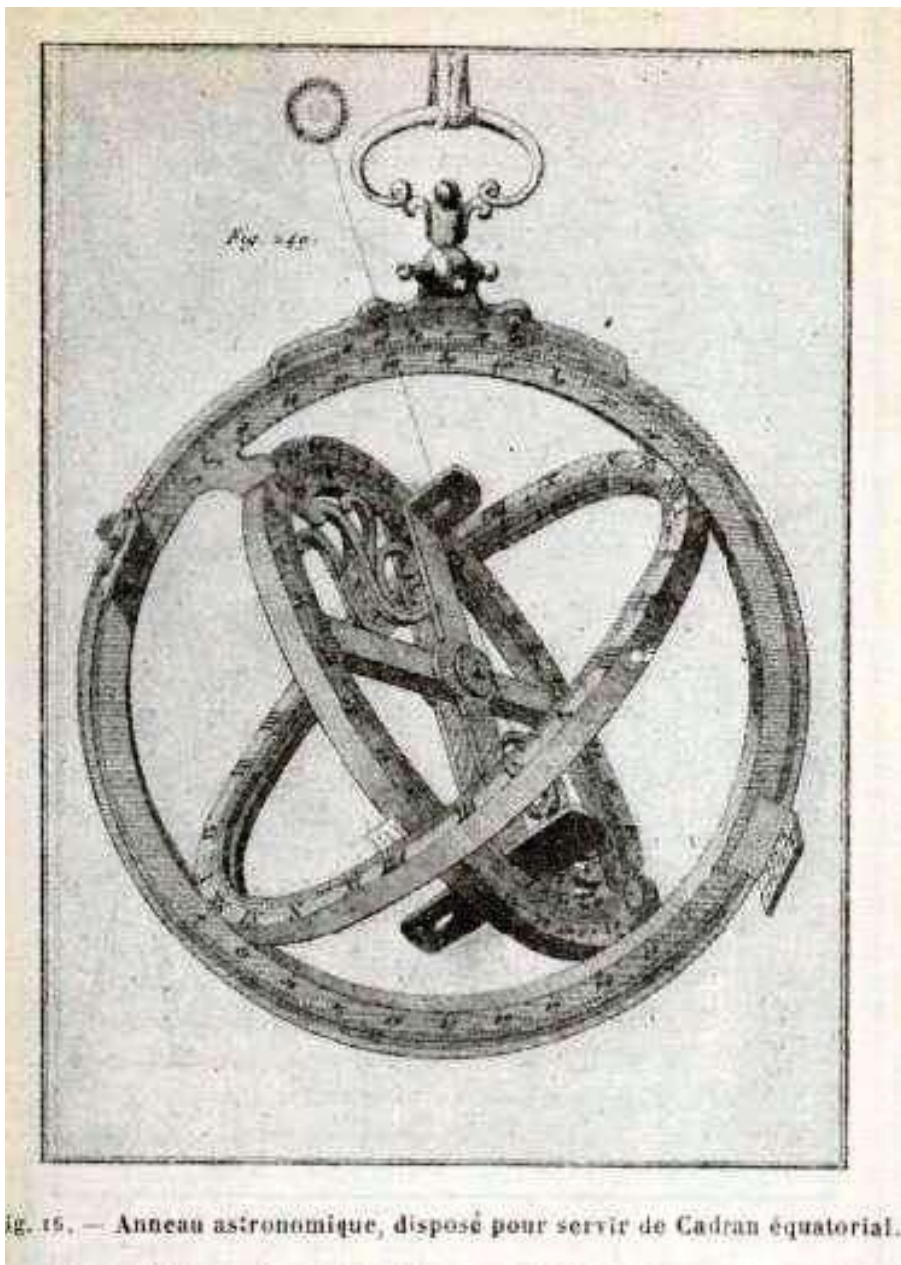


Fig 16 — Anneau astronomique, dispose pour servir de Cadran équatorial

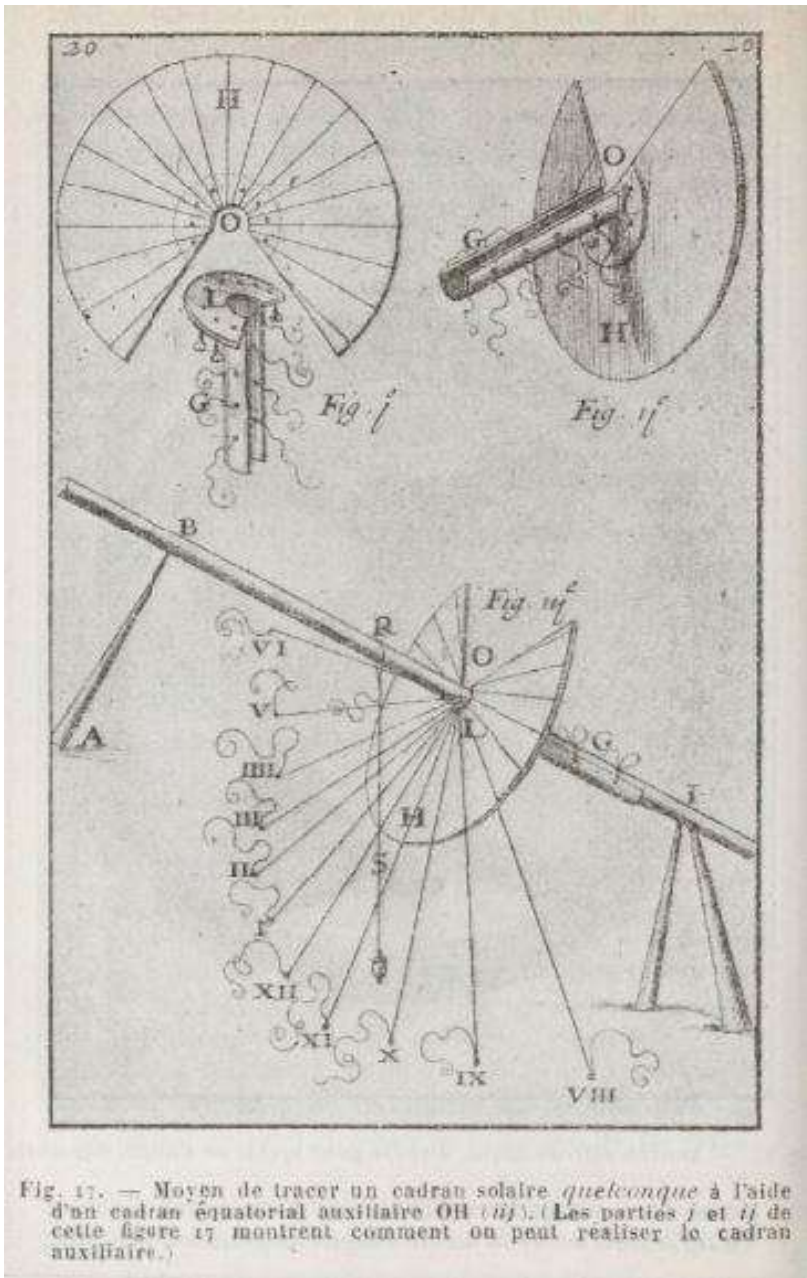


Fig. 17 — Moyen de tracer un cadran solaire *quelconque* à l'aide d'un cadran équatorial auxiliaire OH (ij). (Les parties i et ij de cette figure 17 montrent comment on peut réaliser le cadran auxiliaire.)

20. Remarque III. — Un cadran équatorial réalisé et mis en place peut servir à tracer tout autre cadran, *quel qu'il soit*, quelle que soit la forme de sa Table, plane ou courbe. Pour cela, il suffit évidemment de prolonger jusqu'à cette Table les lignes horaires du Cadran équatorial, comme le montre la figure 17, ce qui donne un point de chaque ligne horaire demandée. On verra plus loin comment on peut obtenir d'autres points.

CHAPITRE III. CADRAN SOLAIRE HORIZONTAL.

21. Ce cadran est le plus simple après le cadran équatorial; voici plusieurs méthodes qui permettent de le construire facilement.

PREMIÈRE MÉTHODE : Au moyen *d'un cadran équatorial réalisé et portatif*. - Cette méthode est celle dont nous venons d'indiquer le principe général (20).

Dans le cas du cadran horizontal, on peut l'appliquer sur place ou bien construire le Cadran dans le cabinet et l'installer ensuite. Soit (fig.18.) XHH'Y la Table du cadran à construire, une planche par exemple, et sur laquelle on choisit le point C comme Centre du cadran. Par ce point C menons une droite NS (Nord-Sud), ligne qui sera plus tard placée parallèlement au méridien et qui sera donc la ligne de XII^h. Sa perpendiculaire menée en C sera la ligne VI^h — XVIII^h (18). Le style COP sera placé dans un plan NCO perpendiculaire à la planche et de manière à faire en C, avec NS, un angle égal à la latitude ψ du lieu.

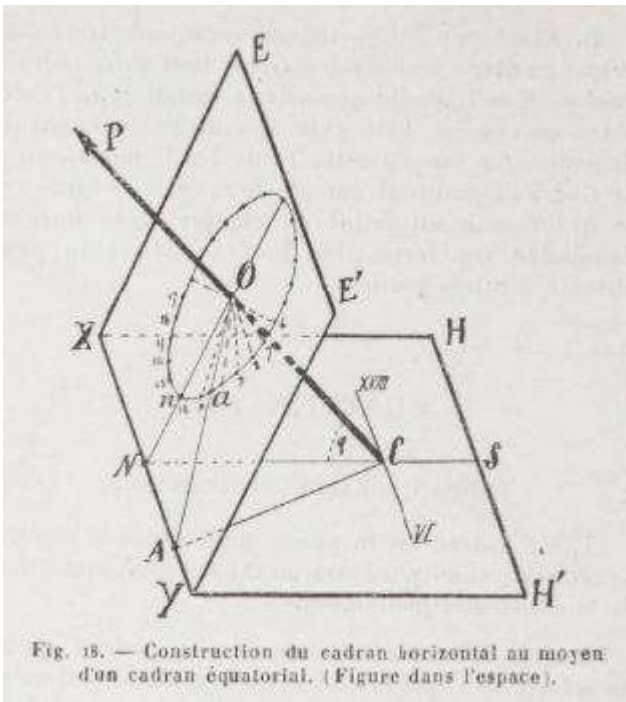


Fig. 18. — Construction du cadran horizontal au moyen d'un cadran équatorial. (Figure dans l'espace).

Fig. 18. — Construction du cadran horizontal au moyen d'un cadran équatorial. (Figure dans l'espace).

Les lignes d'ombre à tracer sont des droites (14) passant toutes par le point C (14), de sorte que l'on connaît un point de chacune d'elles; il suffit donc d'en trouver un second.

Pour trouver ce second point, posons sur la Table un cadran équatorial portatif, réalisé pour la latitude du lieu, tel que celui d'une des figures 14, 15, ., et plaçons-le de manière que sa ligne de XII^h recouvre NS, et que son style passe par le point C.

Le cadran équatorial s'avance par exemple jusqu'à XY, et une quelconque Oa de ses lignes horaires prolongée vient passer par A : en joignant ce point A au centre C on aura la ligne horaire correspondante du cadran horizontal (20).

Remarque. — Nous n'avons pas supposé de position spéciale à la Table XHH'Y; le tracé peut donc, comme nous avons dit, être fait dans le cabinet.

Ensuite pour installer le cadran, on le placera bien horizontalement, la ligne NS étant parallèle au méridien.

22. DEUXIÈME MÉTHODE : Par une épure. — Cette deuxième méthode est une forme spéciale de la précédente, mais réalisée par une épure, et où il n'est pas nécessaire d'avoir un cadran équatorial réel.

Soit encore (fig.18) XHH'Y la Table du cadran, C son centre et CP son style. On suppose connus : 1 la direction CN du méridien;— 2° la latitude ψ du lieu, c'est-à-dire l'angle NCP que fait le style avec le plan horizontal.

Pour trouver un second point de chaque ligne horaire imaginons que l'on exécute les opérations suivantes : En un point quelconque O du style, dans l'espace, imaginons un plan XEE'Y perpendiculaire à ce style : ce plan est celui de l'équateur de la sphère auxiliaire (13). Dans ce plan supposons tracé autour du point O un cadran équatorial. Soit Oa une quelconque de ses lignes horaires : elle figure l'ombre correspondante du style et cette ombre se prolonge

jusqu'en A et au delà si, comme nous le supposons, le style est suffisamment long. Le point A est commun aux deux plans, puisqu'il est situé sur leur intersection; la ligne horaire correspondante du cadran horizontal passe donc par A, et est donc CA; et de même pour telle autre ligne horaire que l'on voudra du cadran à construire.

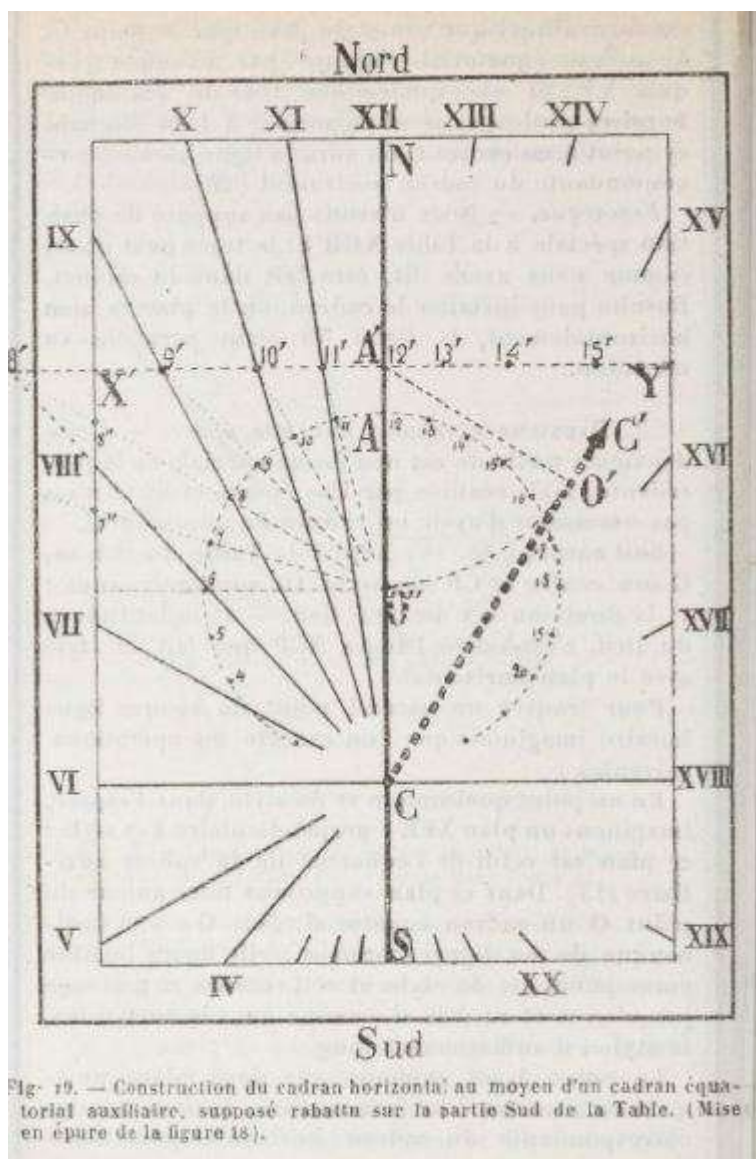


Fig. 19. — Construction du cadran horizontal au moyen d'un cadran équatorial auxiliaire, supposé rabattu sur la partie Sud de la Table. (Mise en épure de la figure 18).

Fig. 19. - Construction du cadran horizontal au moyen d'un cadran équatorial auxiliaire, supposé rabattu sur la partie Sud de la Table. (Mise en épure de la figure 18).

Le problème à résoudre revient donc à chercher les divers points tels que A où les lignes du cadran équatorial auxiliaire rencontrent la ligne XY, ce qui est d'ailleurs presque évident.

Ici, comme dans tous les cas qui suivent, il serait relativement difficile d'exécuter cette construction dans l'espace; mais un rabattement, exécuté suivant les principes les plus simples de la géométrie descriptive, permet de faire le tracé soit sur la Table même du cadran, c'est-à-dire en place, soit dans le cabinet, sauf à bien installer, dans ce dernier cas, le cadran une fois construit.

23. Supposons, en effet qu'on rabatte le plan de l'équateur XEE'Y (fig. 18) sur le plan horizontal XHH'Y autour de XY, ce qui évidemment ne changera pas la place des points tels que A, placés sur la charnière. La ligne ON est perpendiculaire à XY, de sorte que le point O viendra quelque part sur NC en un point non figuré que nous appellerons O"; cela fait, autour de O" comme centre, se trouve le cadran équatorial; et en prolongeant ses lignes horaires jusqu'à XY on aura les points cherchés tels que A : puis en les joignant à C on aura les lignes horaires du cadran à construire.

Ainsi on peut dire que tout se ramène à chercher le point O" où vient le point O de l'espace après le rabattement, c'est-à-dire à connaître la longueur ON. Le point C et la direction CN sont donnés ; on mènera donc XY perpendiculaire à CN, à la distance qui correspond à CO, et ainsi dans le triangle CON rectangle en O on connaîtra l'hypoténuse CN et l'angle NCO = ψ ; on pourra donc le construire, ce qui donnera la longueur correspondante de NO, que l'on portera sur NC.

24. De là résulte la construction, réalisée sur la figure 19 :
On a la Table, le centre C et la latitude.

En un point quelconque A' de NS menons la perpendiculaire X'Y' que nous considérerons comme l'intersection de l'équateur avec la Table. En C faisons l'angle A'CC' égal à ψ et de A' menons A'O' perpendiculaire à CC' : la longueur A'O' est la distance cherchée du point O de l'espace à A'. Prenons A'O'' = A'O' et nous aurons en O'' la position de O après le rabattement. Cela fait, autour de O'' comme centre et avec un rayon quelconque O''A, traçons un cadran équatorial, dont les lignes horaires aboutiront en .. 9, 10, 11, Prolongeons celles-ci jusqu'à X'Y', en 9', 10', 11' et joignons ces derniers points à C : on aura les lignes horaires demandées.

25. Si les rayons issus de O'' rencontrent X'Y' hors des limites de la Table, comme pour 8', ..., on calculera la longueur X' — VIII par la proportion :

$$\frac{X' - VIII}{X' - 8''} = \frac{A'C}{A'O''}$$
 : cela suppose seulement que le bord du cadran est exactement parallèle à SN, condition facile à réaliser.

26. Remarque I. — Nous avons rabattu l'équateur XEE'Y de la figure 18 sur la partie sud du cadran, en le faisant tourner de $90^\circ - \psi$. On aurait pu le rabattre sur la partie nord, en le faisant tourner de $90^\circ + \psi$ et alors on aurait eu la construction de la figure 20, visiblement équivalente à celle de la figure 19.

Remarque II. - Le rayon O''A (fig. 19) du cadran équatorial a été pris quelconque. Il y a intérêt, en vue de la précision, à le prendre suffisamment grand, et souvent on le prend égal à O''A', de sorte que le cercle auxiliaire divisé, de centre O'', est tangent à X'Y', comme dans la figure 20; mais cela n'est pas indispensable.

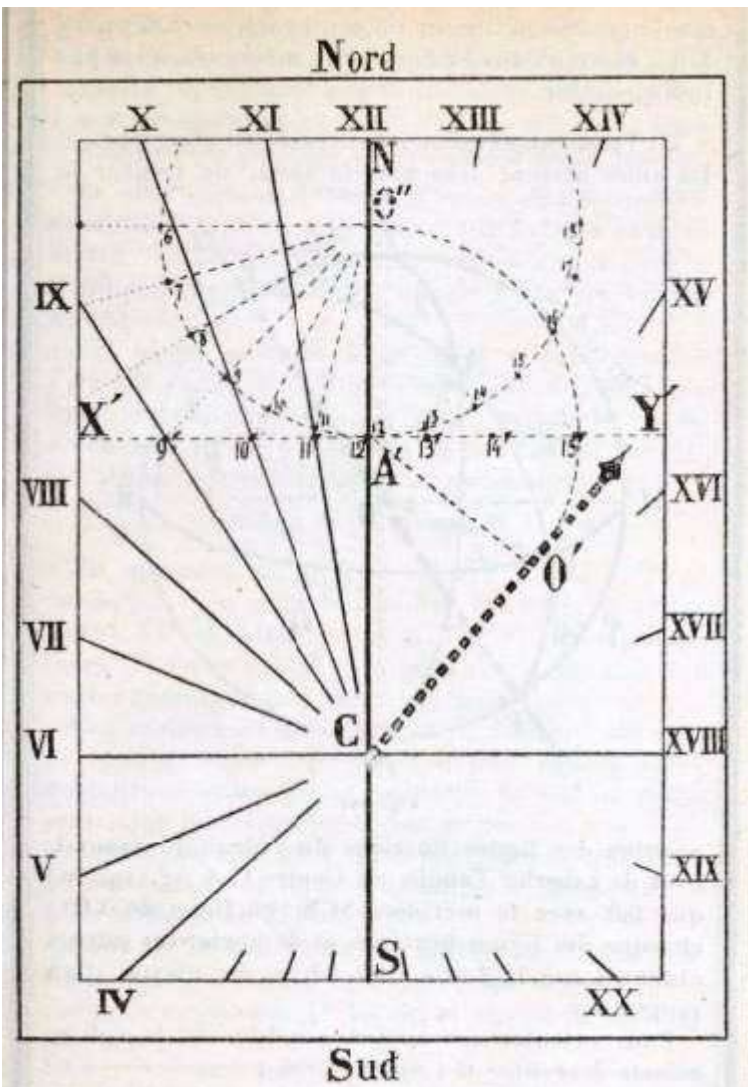
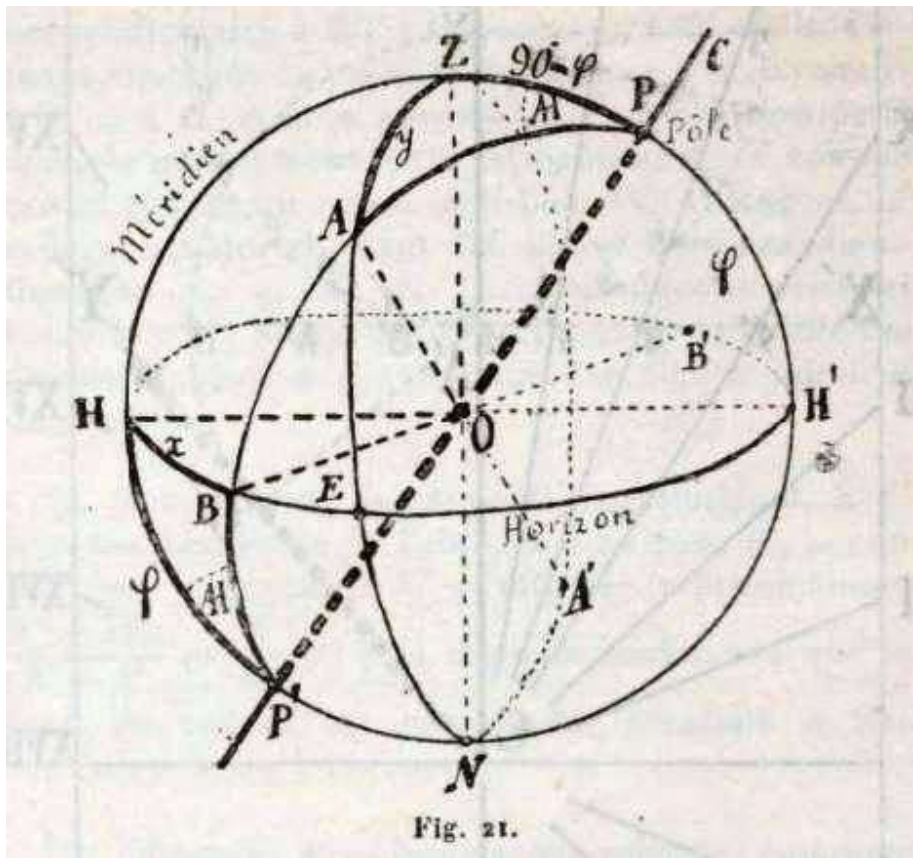


Fig. 20. — Construction du cadran horizontal au moyen d'un cadran équatorial auxiliaire, supposé rabattu sur la partie Nord de la Table. (Mise en épure de la figure 18).

Fig 20. — Construction du cadran horizontal au moyen d'un cadran équatorial auxiliaire, supposé rabattu sur la partie Nord de la Table. (Mise en épure de la figure 18).



Un autre moyen, très simple aussi, de trouver la position des lignes horaires du cadran horizontal, c'est de calculer l'angle au Centre C (fig. 19, 20) que fait avec le méridien SCN (ou ligne de XII^h) chacune des lignes horaires, et de porter les valeurs obtenues sur la Table du cadran au moyen d'un rapporteur.

Pour calculer ces angles, considérons la sphère céleste de centre O (fig. 21), où : PZHP'NH' est le méridien du lieu; PP' l'axe du monde; HBKH'B' l'horizon du lieu; PABP' un cercle horaire quelconque, mais donné, dans lequel on suppose que se trouve le Soleil ; il fait avec le méridien un angle ZPA ou HP'B que nous désignerons par \mathcal{A} abréviation d'*angle horaire*.

Le plan horizontal HBEH'B' est le plan du cadran considéré, dont O est le centre, OH' la ligne de midi et OB'

l'ombre du style correspondant à l'angle horaire \mathcal{A} du Soleil : c'est l'angle $B'OH'$ qu'il s'agit de calculer.

Cet angle est égal à HOB , et a pour mesure l'arc $HB = x$ qui est ainsi l'inconnue cherchée. Or dans le triangle sphérique HBP' , rectangle en H , on connaît $HP' = \psi$ (latitude du lieu) et $HP'B = \mathcal{A}$.

On a donc, pour une latitude quelconque ψ :

$$\text{tang}x = \sin \psi \text{ tang } \mathcal{A}.$$

En donnant à \mathcal{A} les valeurs 1^h ou 15° , 2^h ou 30° , on aura les angles cherchés pour les lignes XI^h et $XIII^h$, X^h et XIV^h , Avec les valeurs $1/2^h$ ou $7^\circ 30'$ ou $22^\circ 30'$, on aura les angles correspondant aux demi-heures; etc.

Ces angles sont donnés dans le Tableau suivant, de demi heure en demi-heure, et pour chaque degré de latitude entre $41^\circ 10'$ et $50^\circ 0'$, ce qui est suffisant pour toutes les latitudes de France. On voit, par exemple, que pour $47^\circ 0'$ de latitude les lignes horaires de X^h et de XIV^h font un angle de $22^\circ 53'$ avec la ligne de XII^h .

Pour les latitudes intermédiaires, une règle proportionnelle donnera facilement les valeurs cherchées. La colonne de $48^\circ 50'$ est relative à la latitude de Paris⁹.

28. Les cadrans horizontaux étaient aussi très répandus autrefois, et généralement ils étaient assez petits. On les plaçait sur une fenêtre, sur une colonne dans un jardin, comme celui de la figure 22.

Parfois on lui donnait la forme d'une élégante table de marbre ornée des attributs du Temps, etc.

Le style, qui serait sujet à être faussé, est souvent remplacé par une plaque métallique terminée par un bord rectiligne dirigé suivant l'axe du monde ; dans ce cas c'est l'ombre de ce bord que l'on observe à la place de celle du style.

Pour installer un cadran horizontal, supposé construit pour la latitude du lieu, il suffit donc de le rendre horizontal et de placer la ligne de XII^h parallèlement à une méridienne,

⁹ On verra plus loin que la colonne que $41^\circ 10'$ correspond aussi à Paris, mais pour le cadran vertical *non déclinant*.

préalablement tracée. On peut aussi se servir de la boussole si l'on connaît la déclinaison de l'aiguille aimantée.

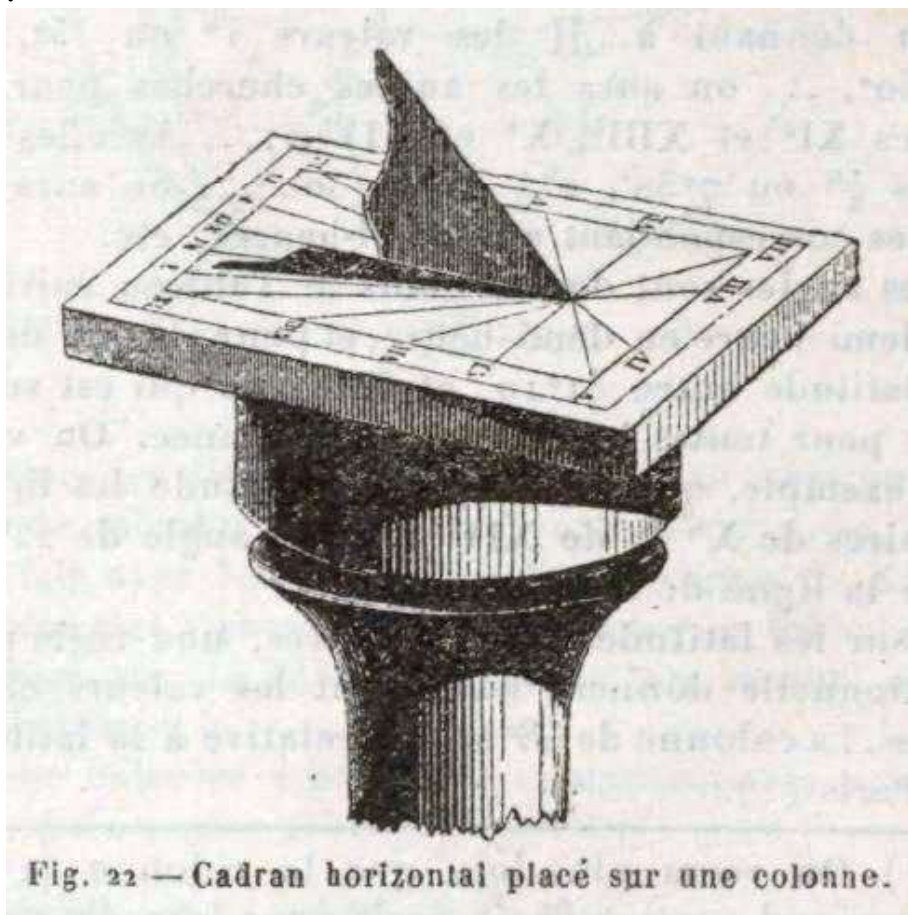


Fig. 22 — Cadran horizontal placé sur une colonne.

CHAPITRE IV.
CADRANS SOLAIRES VERTICAUX EN GÉNÉRAL.

29. Ces cadrans, tracés d'ordinaire sur des murs supposés verticaux, sont des plus communs, et on en distingue deux sortes suivant que le mur est perpendiculaire ou oblique au méridien. Ceux qui sont tracés sur un mur perpendiculaire au méridien (autrement dit situé dans le premier vertical) sont dits *cadrans verticaux sans déclinaison* ou encore *non déclinants* ; et on les divise en *méridionaux* et *septentrionaux* suivant que le côté considéré du mur regarde le Sud ou le Nord.

Les cadrans tracés sur les murs verticaux obliques au méridien sont, suivant une ancienne expression, des *cadrans verticaux déclinants*; ils comprennent le cas particulier d'un mur dirigé suivant le méridien, et alors le cadran vertical déclinant est dit *oriental* si le mur regarde le levant, *occidental* s'il regarde le couchant.

Le Tableau suivant résume ces diverses distinctions ;

Cadrans solaires <i>verticaux.</i>	}	Cadrans <i>sans</i> <i>déclinaison</i> ou non déclinants.	}	Cadrans <i>méridionaux</i> ou directement méridionaux.
		Cadrans <i>déclinants.</i>	}	Cadrans <i>septentrio-</i> <i>naux</i> ou directement septentrionaux. Cadrans <i>déclinants</i> en général. Cadrans <i>orientaux.</i> Cadrans <i>occidentaux.</i>

30. Indiquons immédiatement une propriété *générale* ou commune de tous les cadrans verticaux. :

La ligne de 12^h ou de midi est toujours -verticale.

En effet, elle est l'intersection du plan du cadran (ou *Table*) avec le méridien; ces deux plans étant l'un et l'autre perpendiculaires à l'horizon, il en est de même de leur intersection.

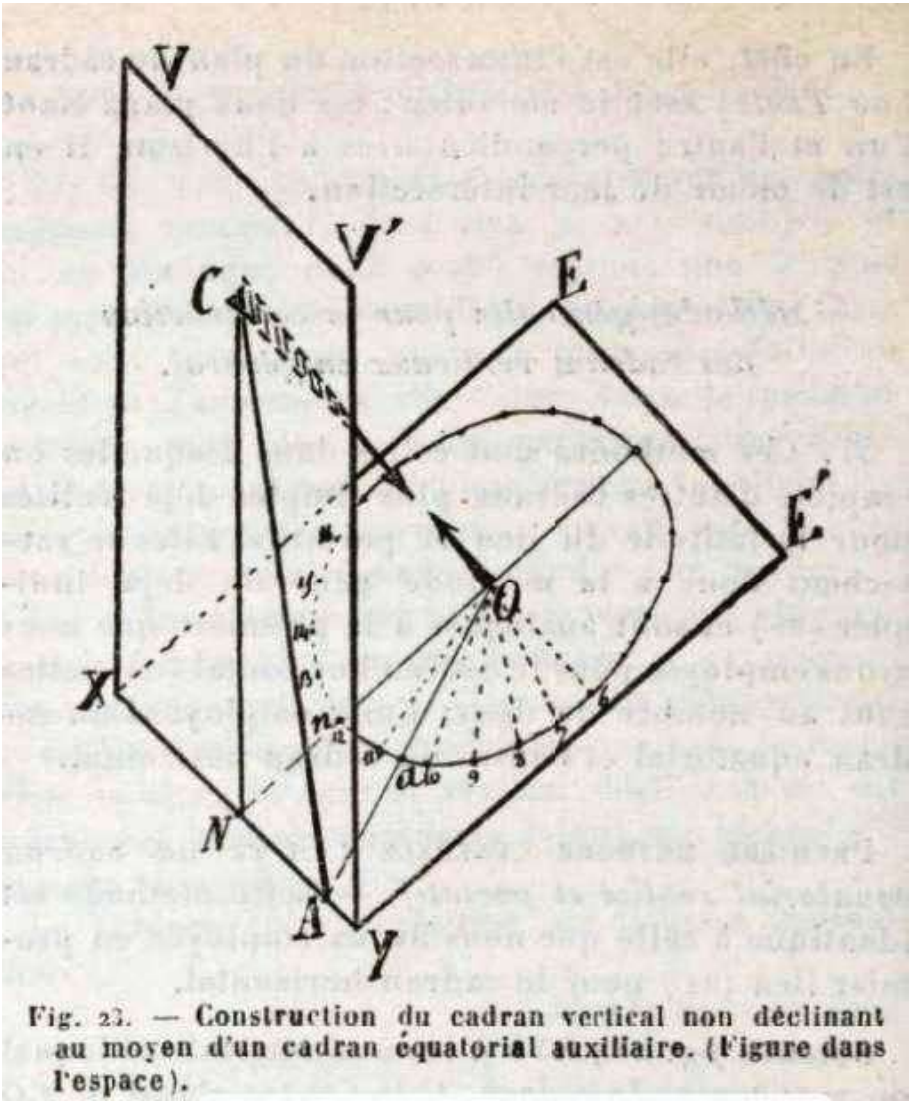
Méthodes générales pour la construction des cadrans verticaux en général :

31. Ces méthodes sont celles dans lesquelles on emploie d'autres cadrans plus simples déjà réalisés pour la latitude du lieu et portatifs. Elles se rattachent donc à la méthode générale déjà indiquée (20) et sont analogues à la première que nous avons employée pour le cadran horizontal (21); elles sont au nombre de deux, l'une employant un cadran équatorial et l'autre un cadran horizontal.

PREMIÈRE MÉTHODE GÉNÉRALE: *Avec un cadran équatorial réalisé et portatif.* - Cette méthode est identique à celle que nous avons employée en premier lieu (21) pour le cadran horizontal.

Soient (fig. 23) XVV'Y le mur vertical sur lequel on veut tracer le cadran, C le Centre choisi et CO son style. Menons la verticale CN passant par C : c'est la trace du méridien du lieu sur le mur et aussi la ligne de XII^h (30). Devant le mur plaçons un cadran équatorial XEE'Y, de manière que le style passe par son centre O et que sa ligne de XII^h prolongée vienne passer en N.

Alors il suffira de prolonger chaque ligne horaire du cadran équatorial, O a par exemple, jusqu'à sa rencontre A avec XY, et en tirant CA on aura la ligne horaire correspondante du cadran à construire.



32. SECONDE MÉTHODE CENTRALE : Avec un cadran horizontal réalisé et portatif. — On placera ce cadran horizontal devant le mur, de manière que le prolongement de son style passe par le Centre du cadran vertical à construire et que la ligne de XII^h du cadran horizontal passe par N : les lignes horaires du cadran horizontal, prolongées jusqu'à XY, donneront encore des points qui, joints à C, seront les lignes horaires demandées.

Comme les cadrans verticaux comportent ordinairement de plus grandes dimensions que les cadrans équatoriaux ou horizontaux portatifs, aux deux méthodes générales précédentes on préfère des méthodes basées sur les mêmes principes, mais où le cadran auxiliaire n'est pas réalisé; nous considérons successivement leur application aux *Cadrans verticaux non déclinants* et aux *Cadrans verticaux déclinants*.

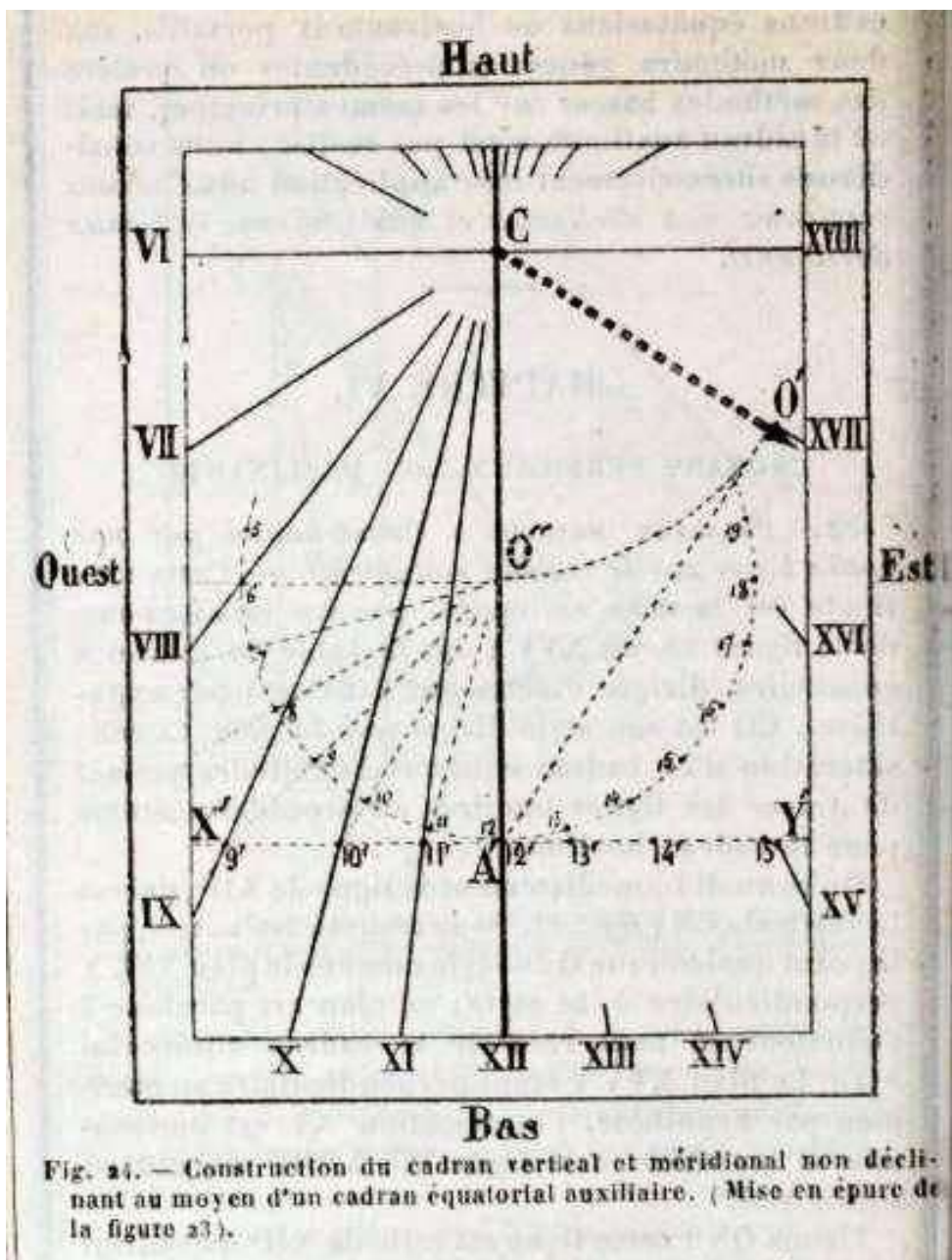
CHAPITRE VI. CADRANS VERTICAUX NON DÉCLINANTS.

33. PREMIÈRE MÉTHODE : Construction par une épure basée sur le cadran équatorial. — Cette méthode est la mise en épure, par un rabattement, de la figure 23, où $XVV'Y$ est la Table du cadran à construire, dirigée exactement Est-Ouest par hypothèse ; CO est son style dirigé vers le pôle. La considération d'un cadran équatorial auxiliaire permet de tracer les lignes horaires en procédant comme pour le cadran horizontal (22).

On connaît immédiatement la ligne de XII^h , qui est la verticale CN (fig. 23). Pour trouver les autres, par le point quelconque O du style menons le plan $XEE'Y$ perpendiculaire à ce style; ce plan est parallèle à l'équateur et peut recevoir le cadran équinoxial nOa . Le plan $XVV'Y$ étant perpendiculaire au méridien par hypothèse, l'intersection XY est horizontale et parallèle à la ligne VI^h - $XVIII^h$ du cadran équinoxial.

Tirons ON : cette ligne est celle de XII^h du cadran équatorial.

Prolongeons de même une autre ligne horaire quelconque Oa du cadran équatorial jusqu'à XY , en A : CA est la ligne horaire correspondante du cadran à construire.



34. Pour éviter les constructions dans l'espace, procédons à un rabattement du cadran équatorial sur le plan de la Table, supposé celui de la figure 24.

Par le centre donné C du cadran à construire, menons la verticale CA' (qui sera la ligne de XII^h) et la ligne CO' qui fasse avec CA' un angle égal à celui du style avec le plan de la Table, ou $90^\circ - \psi$: CO' sera la position que prend le style après le rabattement du plan méridien, autour de CA', sur le plan de la Table.

Imaginons que par un point quelconque O du style on ait mené un plan perpendiculaire à ce style : ce plan est l'équateur de la sphère auxiliaire et nous y tracerons le cadran équatorial auxiliaire.

Comme pour la construction du cadran horizontal (22, 23) tout revient à déterminer la position O'' du point O, arbitrairement choisi sur l'axe, après le rabattement : sa distance au point C est le côté CO' du triangle rectangle CO'A' où CA' est arbitraire et où l'angle A'CO' est égal à celui du style avec le mur, c'est-à-dire au complément de la latitude.

Remarque. — On pourrait mettre de même en épure l'emploi du cadran horizontal (31), mais cette méthode, moins directe que la précédente, ne présente aucun avantage et n'est pas employée.

35. SECONDE MÉTHODE : *Construction numérique.* —

On pourra aussi calculer les angles que font les lignes horaires avec la verticale ou ligne de XII^h, et les tracer au moyen d'un rapporteur.

Calculons d'abord ces angles.

Dans la figure 21 (27) soit ZAENA' le premier vertical, qui est aussi par hypothèse le plan de la Table; il s'agit de calculer l'angle NOA' que fait l'ombre OA' (correspondant à la position du Soleil supposé dans le cercle horaire PABP') avec l'ombre de midi, qui est la verticale ON.

Cet angle NOA' est égal à ZOA, mesuré lui-même par l'arc ZA = y. Dans le triangle sphérique PZA, rectangle en Z, on connaît PZ complément de la latitude ψ , et l'on se donne ZPA = \mathcal{A} . On a donne :

$$\text{tang } y = \sin (90^\circ - \psi) \text{ tang } \mathcal{A}.$$

C'est la même formule que pour le cadran horizontal (27) et, par suite, la même table numérique (p. 289), mais dans laquelle l'argument horizontal au lieu de la latitude est son complément $90^\circ - \psi$.

Par exemple, pour Paris, on trouvera les angles cherchés dans la colonne correspondant à la différence $90 - 48^\circ 50'$ ou $41 10'$. Et de même pour toute autre latitude.

Tout cela s'applique aux cadrans septentrionaux comme aux cadrans méridionaux; ce qui change seulement de l'un à l'autre c'est le sens de la graduation, exactement comme on a vu (17) pour les cadrans équatoriaux.

(Un prochain *Annuaire* donnera ce qui est relatif aux cadrans déclinants, etc.)