COLLEGE JEAN DELACOUR

Géométrie : Angle inscrit, angle au centre, polygones réguliers

Chapitre 10

- Angles inscrits, angles au centre
- Propriété des angles inscrits
- Polygones réguliers

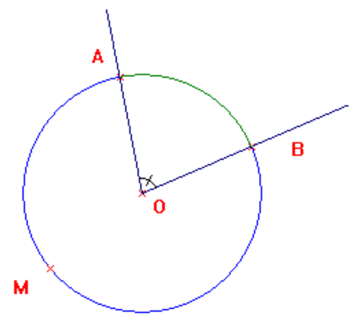
Angle inscrit, Angle au centre

♥Définition 1 : Un angle ayant pour sommet le centre d'un cercle est appelé angle au centre.

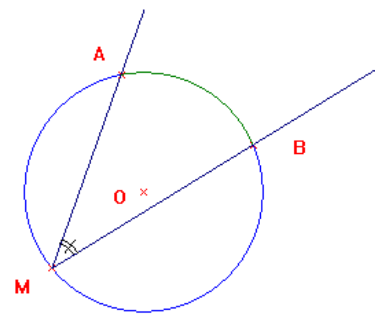
♥Définition 2 : Un angle ayant pour sommet un point d'un cercle et pour côtés deux cordes du cercle est appelé angle inscrit dans le cercle.

Etant donnés deux points A et B non diamétralement opposés d'un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et un point M de $\mathscr{C}$ tels que M et O sont situés d'un même côté de (AB), on considère l'arc $\overset{\frown}{AB}$ situé de l'autre côté de (AB).

L'angle $\widehat{AOB}$ est un **angle au centre**.
$\widehat{AOB}$ **intercepte** l'arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$.



L'angle $\widehat{AMB}$ est un **angle inscrit dans le cercle**.
$\widehat{AMB}$ **intercepte** l'arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$.

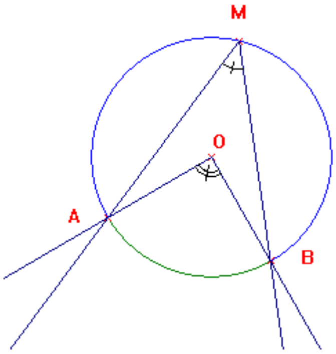


Propriétés des angles inscrits

♥ Théorème : Si, dans un cercle, un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle inscrit est égale à la moitié de celle de l'angle au centre.

♥ Théorème : Si deux angles inscrits dans un cercle interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.

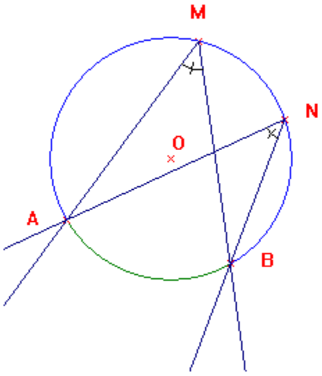
Exemple :



Dans le cercle, l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ et l'angle au centre $\widehat{AOB}$ interceptent le même arc.

$$\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB}$$

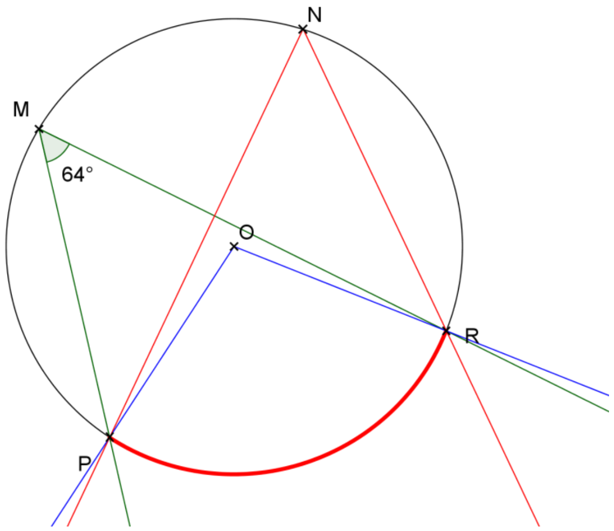
$$\widehat{AOB} = 2\widehat{AMB}$$



Dans le cercle, les deux angles inscrits $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ interceptent le même arc.

$$\widehat{AMB} = \widehat{ANB}$$

Exemple : Sur la figure ci-dessous, les points P, M, N et R appartiennent à un même cercle ($\mathscr{C}$) de centre O.



On sait que : $\widehat{PMR} = 64°$

1°) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{PNR}$.

2°) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{POR}$.

1°) On sait que : les angles $\widehat{PMR}$ *et* $\widehat{PNR}$ sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc.
Or, si deux angles inscrits dans un cercle, interceptent le même arc alors ils ont la même mesure.
Donc $\widehat{PMR}$ *et* $\widehat{PNR}$ ont la même mesure. $\widehat{PNR} = 64°$

2°) On sait que, dans le cercle ($\mathscr{C}$), l'angle inscrit $\widehat{PMR}$ et l'angle au centre $\widehat{POR}$ interceptent le même arc.
Or, si dans un cercle, un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc alors la mesure de l'angle au centre est le double de la mesure de l'angle inscrit.
Donc : $\widehat{POR} = 2 \times \widehat{PMR} = 2 \times 64° = 128°$

Exemple : sachant que l'angle $\widehat{PRM}$ mesure 64° déterminer la mesure de l'angle $\widehat{POM}$.

On sait que l'angle inscrit $\widehat{PRM}$ et l'angle au centre $\widehat{POM}$ interceptent le même arc de cercle PM.

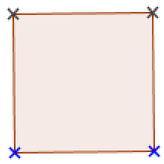
Or si, dans un cercle, un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle au centre est égale au double de celle de l'angle inscrit.

Donc $\widehat{POM} = 2 \times \widehat{PRM} = 2 \times 64° = 128°$
L'angle au centre mesure 128°.

Polygones réguliers

♥ Définition : Un polygone régulier est un polygone dont tous les côtés ont la même longueur et dont tous les angles ont la même mesure.

Exemple : Un carré est un polygone régulier : il a quatre côtés de même longueur et quatre angles de même mesure.



Théorème :

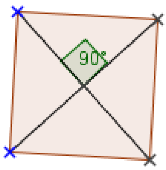
Tout polygone régulier est inscriptible dans un cercle.

Le centre de ce cercle est appelé centre du polygone régulier.

Les angles au centre déterminés par deux sommets consécutifs d'un polygone régulier à n côtés mesurent chacun $\frac{360°}{n}$.

Exemples :

n = 4



n = 6