Exercice1

On dispose de trois boules indiscernables au toucher numérotées 1, 2, 3 placées dans une urne et de deux pièces équilibrées A et B. Un jeu consiste à tirer plusieurs fois une boule dans l'urne en la remettant chaque fois dans l'urne.
Après chaque tirage, si l'on obtient la boule portant le numéro 1, alors on retourne la pièce A, si l'on obtient la boule portant le numéro 2, alors on retourne la pièce B et si l'on on obtient la boule portant le numéro 3, alors on ne retourne aucune des deux pièces. Au début du jeu, les deux pièces sont du côté face.

1°) Dans l'algorithme ci-dessous, 0 code le côté face d'une pièce et 1 code le côté pile. Si a code le côté de la pièce A à un instant donné, alors $1-a$ code le côté de la pièce A après l'avoir retournée.
Les variables a, b, n, i, r, s sont des entiers naturels. De plus, la valeur de n saisie en entrée doit être supérieure ou égale à 1.

Entrée :
Saisir n

Initialisation :
a prend la valeur 0
b prend la valeur 0

Traitement :
Pour i allant de 1 jusqu'à n **Faire**
  r prend la valeur d'un entier aléatoire compris entre 1 et 3 (au sens large)
  Si $r = 1$
    Alors a prend la valeur $1-a$
  FinSi
  Si $r = 2$
    Alors b prend la valeur $1-b$
  FinSi
  s prend la valeur $a+b$
FinPour

Sortie :
Afficher s

a) On exécute cet algorithme en saisissant la valeur 3 pour n en entrée et en supposant que les valeurs aléatoires générées successivement pour r sont 3, 1 et 1.
Quelle est la valeur de s affichée en sortie ?
On pourra recopier et compléter le tableau donné ci-dessous contenant l'état de l'algorithme (ne rien écrire dans le tableau ci-dessous).

variables	i	r	a	b	s
initialisation			0	0	
1^{er} passage dans la boucle Pour					
2^{e} passage dans la boucle Pour					
3^{e} passage dans la boucle Pour					

b) Cet algorithme permet-il de décider si à la fin les deux pièces sont du côté pile ? Répondre par oui ou non sans justifier.
2°) Calculer la probabilité qu'à l'issue de deux tirages de boules dans l'urne les deux pièces soient du côté face.
3°) Calculer la probabilité qu'à l'issue de trois tirages de boules dans l'urne les deux pièces soient du même côté.
4°) On effectue n tirages de boules dans l'urne (n étant un entier naturel supérieur ou égal à 1).
Exprimer en fonction de n la probabilité que l'on ait toujours retourné la même pièce à l'issue des n tirages.
Déterminer le nombre minimal de tirages à effectuer pour que cette probabilité soit strictement inférieure à 10^{-5}.

Exercice2

Les 700 salariés d'une usine sont répartis en deux catégories A et B.
La catégorie A comporte 140 salariés.
Des stages de formation continue sont organisés chaque année tels que :
- chaque salarié participe à un stage au plus ;
- 9 % des salariés partent en stage ;
- 10 % des salariés de la catégorie A partent en stage.

Chaque stage dure 10 jours pour un salarié de catégorie A et 8 jours pour un salarié de catégorie B. On note X la variable aléatoire comptant le nombre de jours de stage suivis par un salarié de l'usine durant une année.

Il est conseillé de faire un tableau à double entrée sur le modèle suivant :

	Catégorie A	Catégorie B	Total
Fait un stage			
Ne fait pas de stage			
Total			

1°) Recopier et compléter la phrase : « X peut prendre les valeurs : $x_1 = ...$, $x_2 = ...$, $x_3 = ...$ ».
Donner la loi de probabilité de X dans un tableau. On écrira les probabilités sous forme décimale.
2°) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X. On donnera les résultats sous forme décimale.

Exercice3

Un tournoi de Tennis se déroule par élimination directe (On arrête de jouer à la première défaite).
On peut jouer au maximum 5 parties (si on va en finale). A chaque rencontre, Noé a une probabilité de gagner égale à 0,4. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de rencontres gagnées par Noé.
1°) Faire un arbre modélisant la situation.
2°) Déterminer la loi de probabilité de X.
3°) Quelle est la probabilité que Noé ne gagne pas le tournoi ?
4°) Entre deux matchs, pour se détendre, Noé écoute de la musique. Il possède un MP3 dans lequel il a stocké 90 morceaux de jazz et 100 morceaux de musique classique. Afin d'écouter cinq morceaux de musique, Kévin lance cinq fois une lecture aléatoire sur son lecteur. Quelle est la probabilité qu'il écoute exactement trois morceaux de Jazz ?

Exercice4 **Probabilités. Loi binomiale.**

Une entreprise fabrique des cartes à puce. Chaque puce peut présenter deux défauts a et b.

On prélève au hasard, une puce dans la production de la journée.

Une étude a permis de montrer que la probabilité qu'une puce prélevée au hasard ait le défaut a est 0,03 ; la probabilité qu'elle ait le défaut b est 0,02; la probabilité qu'elle ait les deux défauts est 0,0006.

Une puce est défectueuse dès qu'elle a au moins un défaut.

1. Montrez que la probabilité p que la puce soit défectueuse est 0,0494

2. Les puces sont conditionnées par lots de 100 pour un nettoyage avant montage sur la carte.

On prélève au hasard un lot de 100 puces (*on assimile ce prélèvement à un tirage avec remise*).

X est la variable aléatoire, qui à chaque lot, associe le nombre de puces défectueuses.

a) Justifiez que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.

b) Calculez $p(X=5)$ en écrivant la formule utilisée, puis donnez une valeur approchée à 10^{-2} près de ce résultat et donnez-en la signification.

c) Calculer la probabilité que dans ce lot, il y ait au moins une puce défectueuse. Arrondir à 10^{-2} près.

d) Quel est en moyenne le nombre de puces défectueuses dans un lot de 100 ?

3. Un monteur comptabilise 9 puces défectueuses dans un des lots. Quelle décision va-t-il prendre ?

Exercice5

Partie A : **Propriété de l'espérance. Démonstration de cours.**

1. Soit X une variable aléatoire dont la loi est décrite par le tableau suivant :

Valeurs possibles de X, x_i	x_1	…	…	x_n
$p_i = P(X = x_i)$	p_1	…	…	p_n

a) Donner l'expression de son espérance mathématique E(X) .

b) Montrer, en détaillant les calculs, que, quelque soient *a* et *b*, réels donnés : $E(aX+b)=aE(X)+b$.

2. Application

Le nombre de repas servis par une cantine scolaire un jour donné est une variable aléatoire X d'espérance mathématique 500.

La cantine dépense 2 euros par repas servi plus les coûts fixes journaliers qui s'élèvent à 1000 euros.

Soit Y la variable aléatoire égale à la dépense totale journalière pour la cantine, exprimée en euros.

Donner l'expression de Y en fonction de X et calculer E(Y) en utilisant la formule démontrée dans la question 1.b.

Partie B : Un jeu

Un club sportif organise un jeu pour financer ses activités.

Pour participer, un joueur doit acheter un billet d'entrée coûtant 1,70 euros puis prélever au hasard une boule dans un sac.

Ce sac contient des boules indiscernables au toucher : une boule rouge, trois boules jaunes et ***n*** boules noires (avec ***n*** entier strictement positif).

Si la boule prélevée est rouge le joueur reçoit 5 euros, si la boule est jaune il reçoit 2 euros et si la boule est noire, il reçoit 1 euro.

On note X_n la variable aléatoire qui, à chaque boule prélevée dans le sac, associe le gain algébrique du joueur(ne pas oublier la mise)

1. Déterminer la loi de probabilité de X_n .
2. Calculer l'espérance mathématique de X_n en fonction de n .
3. a. Supposons que ***n*** soit tel que $E(X_n)=0,5$. Est-ce intéressant pour le club organisateur ? Justifier

   b.Supposons que ***n*** soit tel que $E(X_n)=0$. Est-ce intéressant pour le club organisateur ? Justifier

   c. Supposons que ***n*** soit tel que $E(X_n)=-0,5$. Est-ce intéressant pour le club organisateur ? Justifier
4. Le club souhaite gagner au moins 0,50 euros par partie. Quel doit être le nombre minimal de boules noires contenues dans le sac pour que cette condition soit remplie ?

Exercice6

Au libre-service d'un restaurant d'entreprise, un repas est composé obligatoirement d'une entrée, d'un plat et d'un dessert. Pour chaque repas, un employé choisit au hasard :

— une entrée parmi trois : Crudités (C), Salade (S) ou Quiche (Q).
— un plat parmi deux : Poisson (P) ou Viande (V).
— un dessert parmi deux : Glace (G) ou Fruits (F).

1. Compléter l'arbre des repas.
2. En déduire le nombre de repas que peut composer un employé.
3. On appelle :

   A l'évènement : « le repas composé contient le plat de poisson »,

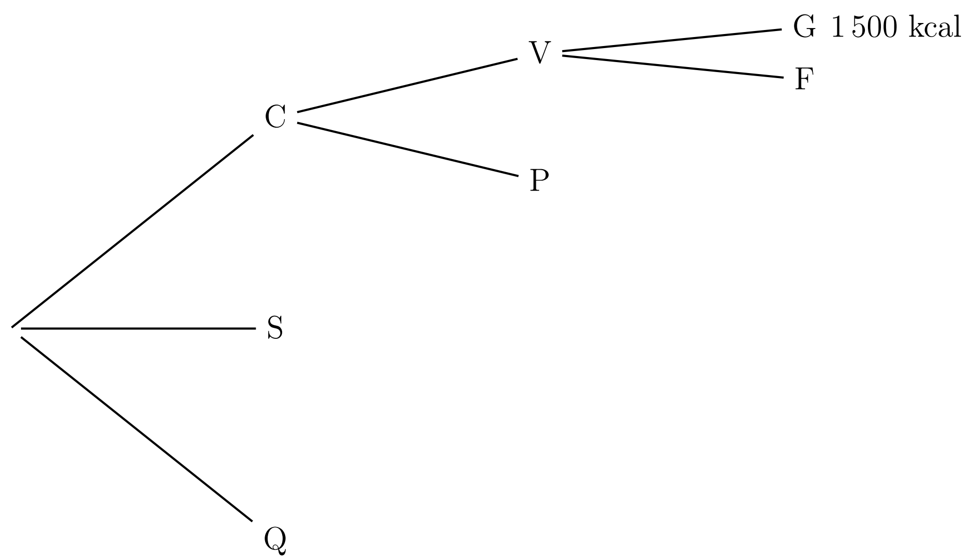
   B l'évènement : « le repas composé contient de la quiche en entrée ».

   On note $p(\mathrm{A})$ la probabilité de l'évènement A.
   Calculer $p(\mathrm{A})$, $p(\mathrm{B})$, $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$ et en déduire $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})$.

4. Le tableau suivant donne en kcal le bilan calorique des mets proposés :

Entrées	Crudités (C) : 300	Salade composée (S) : 300	Quiche (Q) : 400
Plats	Viande (V) : 900		Poisson (P) : 600
Desserts	Glace (G) : 300	Fruits (F) : 100	

   Compléter le bilan calorique de chaque repas.



5. On appelle R la variable aléatoire qui à chaque repas associe son bilan calorique.
   (a) Donner l'ensemble des valeurs que peut prendre la variable aléatoire R.
   (b) Établir la loi de probabilité de la variable aléatoire R.
   (c) Déterminer le bilan calorique moyen d'un repas.