

Classe de sixième

L'enseignement des mathématiques en classe de sixième a une triple visée :

- consolider, enrichir et structurer les acquis de l'école primaire ;
- préparer à l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques (résolution de problèmes et divers moyens d'accéder à la vérité) ;
- développer la capacité à utiliser les outils mathématiques dans différents domaines (vie courante, autres disciplines).

Le vocabulaire et les notations nouvelles (\approx , $\%$, \in , $[AB]$, (AB) ,

\widehat{AOB}) sont introduits au fur et à mesure de leur utilité, et non au départ d'un apprentissage.

Note : les points du programme (connaissances, capacités et exemples) qui ne sont pas exigibles pour le socle sont écrits en italiques. Si la phrase en italiques est précédée d'un astérisque l'item sera exigible pour le socle dans une année ultérieure. Dire que l'exigibilité pour le socle est différée ne veut pas dire que la capacité

ne doit pas être travaillée – bien au contraire ! mais que les élèves pourront bénéficier de plus de temps pour la maîtriser.

1. Organisation et gestion de données.

Fonctions

La résolution de problèmes de proportionnalité est déjà travaillée à l'école primaire. Elle se poursuit en Sixième, avec des outils nouveaux. La proportionnalité fait l'objet d'un apprentissage continu et progressif sur les quatre années du collège et permet de comprendre et de traiter de nombreuses notions du programme.

À l'école primaire, les élèves ont été mis en situation de prendre de l'information à partir de tableaux, de diagrammes ou de graphiques. Ce travail se poursuit au collège, notamment avec l'objectif de rendre les élèves capables de faire une interprétation critique de l'information apportée par ces types de présentation des données, aux natures très diverses, en liaison avec d'autres disciplines (géographie, sciences de la vie et de la terre, technologie...).

Objectifs

La résolution de problèmes a pour objectifs :

- de mettre en place les principaux raisonnements qui permettent de reconnaître et traiter les situations de proportionnalité,
- d'initier les élèves à la présentation, à l'utilisation et à l'interprétation de données sous diverses formes (tableaux, graphiques...).

Connaissances	Capacités	Commentaires
1.1. Proportionnalité Propriété de linéarité. Tableau de proportionnalité. Pourcentages.	- Reconnaître les situations qui relèvent de la proportionnalité et les traiter en choisissant un moyen adapté : - utilisation d'un rapport de linéarité, entier ou décimal, - utilisation du coefficient de proportionnalité, entier ou décimal, - passage par l'image de l'unité (ou « règle de trois »), - * utilisation d'un rapport de linéarité, d'un coefficient de proportionnalité exprimé sous forme de quotient. - Appliquer un taux de pourcentage.	Les problèmes à proposer (qui relèvent aussi bien de la proportionnalité que de la non proportionnalité) se situent dans le cadre des grandeurs (quantités, mesures). Ils doivent relever de domaines familiers des élèves et rester d'une complexité modérée, en particulier au niveau des nombres mis en œuvre. Les rapports utilisés sont, soit des rapports entiers ou décimaux simples *soit des rapports exprimés sous forme de quotient. Les élèves doivent connaître le sens de l'expression « ...% de » et savoir l'utiliser dans des cas simples où aucune technique n'est nécessaire.
1.2. Organisation et représentation de données Représentations usuelles : tableaux.	- Lire, utiliser et interpréter des données à partir d'un tableau. - Lire interpréter et compléter un tableau à double entrée. - * Organiser des données en choisissant un mode de présentation adapté : - tableaux en deux ou plusieurs colonnes, - tableaux à double entrée.	Il s'agit d'un premier pas vers la capacité à recueillir des données et à les présenter sous forme de tableau.
Repérage sur un axe.	- Lire et compléter une graduation sur une demi-droite graduée, à l'aide d'entiers naturels, de décimaux, de fractions simples $1/2$, $1/10$, $1/4$, $1/5$ * ou de quotients (placement exact ou approché).	Ce travail doit être l'occasion de manier les instruments de tracé et de mesure.

Connaissances	Capacités	Commentaires
Représentations usuelles : - diagrammes en bâtons, - *diagrammes circulaires ou demi-circulaires, - graphiques cartésiens.	- Lire, utiliser et interpréter des informations à partir d'une représentation graphique simple.	La capacité visée concerne l'aptitude à faire une interprétation globale et qualitative de la représentation étudiée (évolution d'une grandeur en fonction d'une autre). Dès la classe de 6 ^e , l'utilisation de calculatrices et de logiciels permet de familiariser les élèves avec le passage d'un type d'organisation, d'un type de présentation à un autre.

2. Nombres et Calculs

En continuité avec l'école élémentaire les problèmes doivent permettre aux élèves d'associer à une situation concrète un travail numérique, de mieux saisir le sens des opérations figurant au programme. Les problèmes proposés sont issus de la vie courante, des autres disciplines ou des mathématiques.

Les travaux numériques prennent appui sur la pratique du calcul exact ou approché sous ses différentes formes, souvent utilisées en interaction : calcul mental, calcul à la main ou instrumenté. À la suite de l'école primaire, le collège doit, en particulier, permettre aux élèves d'entretenir et de développer leurs compétences en calcul mental notamment pour la perception des ordres de grandeur.

Objectifs
<p><i>La résolution de problèmes a pour objectifs :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • de consolider le sens des opérations, de développer le calcul mental, le calcul à la main et l'utilisation raisonnée des calculatrices, de conforter et d'étendre la connaissance des nombres décimaux, • de mettre en place une nouvelle signification de l'écriture fractionnaire comme quotient de deux entiers, • de savoir choisir l'écriture appropriée d'un nombre suivant la situation, • de percevoir l'ordre de grandeur d'un nombre.

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>2.1 Nombres entiers et décimaux Désignations.</p> <p>Ordre.</p> <p><i>*Valeur approchée décimale.</i></p>	<p>- Connaître et utiliser la valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un entier ou d'un décimal.</p> <p>3. Associer diverses désignations d'un nombre décimal : écriture à virgule, fractions décimales.</p> <p>- Comparer deux nombres entiers ou décimaux, ranger une liste de nombres. - Encadrer un nombre, intercaler un nombre entre deux autres. - Placer un nombre sur une demi-droite graduée. - Lire l'abscisse d'un point ou en donner un encadrement.</p> <p><i>* Donner une valeur approchée décimale (par excès ou par défaut) d'un décimal à l'unité, au dixième, au centième près.</i></p>	<p>L'objectif est d'assurer une bonne compréhension de la valeur des chiffres en fonction du rang qu'ils occupent dans l'écriture à virgule, sans refaire tout le travail réalisé à l'école élémentaire. La bonne compréhension s'appuie sur le sens et non sur des procédures.</p> <p>Les procédures utilisées pour comparer, encadrer, intercaler des nombres sont justifiées en s'appuyant sur la signification des écritures décimales ou le placement des points sur une demi-droite graduée.</p>
<p>2.2 Opérations Addition, soustraction, multiplication et division.</p> <p>Multiples et diviseurs.</p> <p>Sens des opérations.</p>	<p>- Connaître les tables d'addition et de multiplication et les résultats qui en dérivent. - Multiplier ou diviser un nombre par 10, 100, 1000. - * Multiplier un nombre par 0,1 ; 0,01 ; 0,001.</p> <p>- Connaître et utiliser les critères de divisibilité par 2, 5 et 10. - Connaître et utiliser les critères de divisibilité par 3, 4 et 9.</p> <p>- Choisir les opérations qui conviennent au traitement de la situation étudiée.</p>	<p>La maîtrise des tables est consolidée par une pratique régulière du calcul mental sur des entiers et des décimaux simples. La division décimale est limitée à la division d'un décimal par un entier. En calcul posé, le dividende comporte au maximum deux chiffres après la virgule.</p> <p>La notion de multiple, introduite à l'école primaire, est rappelée sur des exemples numériques, en même temps qu'est introduite celle de diviseur. Les différentes significations de ce dernier terme doivent être explicitées.</p> <p>Pour les problèmes à étapes, la solution peut être donnée à l'aide d'une suite de calculs, <i>*ou à l'aide de calculs avec parenthèses.</i></p>

Connaissances	Capacités	Commentaires
Techniques élémentaires de calcul. Ordre de grandeur.	- Savoir effectuer ces opérations sous les diverses formes de calcul : mental, à la main ou instrumenté. - Connaître la signification du vocabulaire associé : somme, différence, produit, <i>terme, facteur, dividende, diviseur, quotient, reste</i> . - Établir un ordre de grandeur d'une somme, <i>*d'une différence</i> , d'un produit.	La capacité à calculer mentalement est une priorité et fait l'objet d'activités régulières. La maîtrise des différents moyens de calcul doit devenir suffisante pour ne pas faire obstacle à la résolution de problèmes. Concernant le calcul posé, les nombres doivent rester de taille raisonnable et aucune virtuosité technique n'est recherchée. L'objectif est de sensibiliser les élèves à utiliser les ordres de grandeur pour contrôler ou anticiper un résultat.
2.3 Nombres en écriture fractionnaire Écriture fractionnaire. <i>* Quotient exact.</i> <i>* Un quotient ne change pas quand on multiplie son numérateur et son dénominateur par un même nombre.</i>	- <i>* Interpréter $\frac{a}{b}$ comme quotient de l'entier a par l'entier b, c'est-à-dire comme le nombre qui multiplié par b donne a.</i> 3. <i>* Placer le quotient de deux entiers sur une demi-droite graduée dans des cas simples.</i> - Prendre une fraction d'une quantité. <i>* Il s'agit de faire comprendre la modélisation de ce type de problème par une multiplication.</i> - <i>* Reconnaître dans des cas simples que deux écritures fractionnaires différentes sont celles d'un même nombre.</i>	À l'école élémentaire, l'écriture fractionnaire est introduite en référence au partage d'une unité. Par exemple $\frac{7}{3}$ est 7 fois un tiers. Le vocabulaire relatif aux écritures fractionnaires est utilisé : numérateur, dénominateur. <i>*Le programme de la classe de 6^e a pour objectif d'interpréter aussi $\frac{7}{3}$ comme</i> - le tiers de 7 - le nombre qui multiplié par 3 donne 7 ; - un nombre dont une valeur approchée est 2,33. <i>L'utilisation de quotients, sous forme fractionnaire, permet de gérer plus facilement les raisonnements et de repousser la recherche d'une valeur approchée décimale à la fin de la résolution.</i> <i>La connaissance des tables de multiplication est notamment exploitée à cette occasion.</i>

3. Géométrie

À l'école élémentaire, les élèves ont acquis une première expérience des figures et des solides les plus usuels, en passant d'une reconnaissance perceptive (reconnaissance des formes) à une connaissance plus analytique prenant appui sur quelques propriétés (alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueurs, milieu, axes de symétrie), vérifiées à l'aide d'instruments. Ils ont été entraînés au maniement de ces instruments (équerre, règle, compas, gabarit) sur des supports variés, pour construire des figures, en particulier pour le tracé de perpendiculaires et de parallèles à l'aide de la règle et de l'équerre.

Les travaux conduits en sixième prennent en compte les acquis antérieurs, évalués avec précision et obéissent à de nouveaux objectifs. Ils doivent viser d'une part à stabiliser les connaissances des élèves et d'autre part à les structurer, et peu à peu à les hiérarchiser. L'objectif d'initier à la déduction est aussi pris en compte. À cet effet, les activités qui permettent le développement des capacités à décortiquer et à construire des figures et des solides

simples, à partir de la reconnaissance des propriétés élémentaires, occupent une place centrale.

Les travaux géométriques sont conduits dans différents cadres : espace ordinaire (cour de récréation, par exemple), espace de la feuille de papier uni ou quadrillé, écran d'ordinateur. La résolution des mêmes problèmes dans ces environnements différents, et les interactions qu'elle suscite, contribuent à une approche plus efficace des concepts mis en œuvre.

Les connaissances géométriques permettent de modéliser des situations (par exemple représenter un champ par un rectangle) et de résoudre ainsi des problèmes posés dans l'espace ordinaire. Les formes géométriques (figures planes, solides) se trouvent dans de nombreux domaines : architecture, œuvres d'art, éléments naturels, objets d'usage courant... Ces mises en relation permettent peu à peu de dégager le caractère universel des objets géométriques par rapport à leurs diverses réalisations naturelles ou artificielles.

Objectifs

La résolution de problèmes a pour objectifs :

- de compléter la connaissance des propriétés des figures planes et des solides usuels,
- de maîtriser les techniques de construction (utilisation des instruments et logiciels adaptés, mobilisation des connaissances dans les raisonnements implicites sous-jacents),
- de reconnaître les figures planes usuelles dans une configuration complexe,
- de conduire sans formalisme des raisonnements simples utilisant les propriétés des figures usuelles ou de la symétrie axiale,
- de passer d'un objet de l'espace à ses représentations.

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>3.1. Figures planes</p> <p>Notions de parallèle, de perpendiculaire.</p> <p>Cercle.</p> <p>Propriétés des quadrilatères usuels.</p>	<p>- Tracer, par un point donné, la perpendiculaire ou la parallèle à une droite donnée. - <i>Utiliser différentes méthodes.</i></p> <p>- Reporter une longueur. - * <i>Reproduire un angle.</i></p> <p>- Savoir que, pour un cercle : • tout point qui appartient au cercle est à une même distance du centre ; • tout point situé à cette distance du centre appartient au cercle.</p> <p>- Construire, à la règle et au compas, un triangle connaissant les longueurs de ses côtés.</p> <p>- Connaître les propriétés relatives aux côtés, aux angles, aux diagonales pour le rectangle, le carré et le losange.</p>	<p>Il est seulement attendu des élèves qu'ils sachent utiliser en situation ces notions, notamment pour la reconnaissance de deux droites parallèles ou pour leur tracé.</p> <p>Ces capacités prennent leur sens lorsqu'elles sont mobilisées pour résoudre un problème : reproduire une figure, * <i>en compléter un agrandissement ou une réduction déjà amorcée</i>, construire une figure d'après une de ses descriptions. * <i>Le rapporteur est, pour les élèves de 6^e, un nouvel instrument de mesure dont l'utilisation doit faire l'objet d'un apprentissage spécifique.</i></p> <p>On attend des élèves qu'ils sachent utiliser en situation ces propriétés.</p> <p>Capacité déjà travaillée au cycle 3.</p> <p>* <i>La symétrie axiale est mise en jeu pour mettre en évidence certaines propriétés.</i></p>
<p>Propriétés et construction des triangles usuels.</p> <p>* <i>Médiatrice d'un segment.</i></p> <p>* <i>Bissectrice d'un angle.</i></p> <p>Constructions géométriques.</p>	<p>- Connaître les propriétés relatives aux côtés et aux *<i>angles</i> des triangles suivants : triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle. - Utiliser ces propriétés pour reproduire ou construire des figures simples. - Construire une figure simple à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.</p> <p>- * <i>Connaître et utiliser la définition de la médiatrice ainsi que la caractérisation de ses points par la propriété d'équidistance.</i> - * <i>Connaître et utiliser la définition de la bissectrice.</i></p> <p>- <i>Utiliser différentes méthodes pour tracer :</i> • <i>la médiatrice d'un segment ;</i> • <i>la bissectrice d'un angle.</i></p> <p>Reproduction, construction de figures complexes.</p>	<p>On travaillera à la fois les constructions sur papier par les outils de dessin traditionnels et les constructions sur écran à l'aide d'un logiciel de géométrie.</p> <p>* <i>La bissectrice d'un angle est définie en sixième comme la demi-droite qui partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure. La justification de la construction de la bissectrice à la règle et au compas est reliée à la symétrie axiale.</i></p> <p>Ces situations nécessitent de reconnaître des figures simples dans une figure complexe <i>et demandent un travail d'analyse utile aux apprentissages ultérieurs.</i></p>
<p>3.2 Symétrie orthogonale par rapport à une droite (symétrie axiale)</p>	<p>- Construire le symétrique d'un point, d'une droite, d'un segment, d'un cercle (que l'axe de symétrie coupe ou non la figure). - Construire ou compléter la figure symétrique d'une figure donnée ou de figures possédant un axe de symétrie à l'aide de la règle (graduée ou non), de l'équerre, du compas, * <i>du rapporteur.</i></p>	<p>L'élève peut utiliser la méthode de son choix. Dans la continuité du travail entrepris à l'école élémentaire, les activités s'appuient encore sur un travail expérimental (pliage, papier calque) permettant d'obtenir un inventaire abondant de figures simples, à partir desquelles sont dégagées les propriétés de « conservation » de la symétrie axiale</p>

Connaissances	Capacités	Commentaires
	- Effectuer les tracés de l'image d'une figure par symétrie axiale à l'aide des instruments usuels (règle, équerre, compas).	(conservation des distances, de l'alignement, des angles et des aires). <i>* Le rôle de la médiatrice comme axe de symétrie d'un segment est mis en évidence.</i>
3.3 Parallépipède rectangle : patrons, représentation en perspective	- Fabriquer un parallépipède rectangle de dimensions données, à partir de la donnée du dessin de l'un de ses patrons. - Reconnaître un parallépipède rectangle de dimensions données à partir - du dessin d'un de ses patrons, - d'un dessin le représentant en perspective cavalière. - Reconnaître dans une représentation en perspective cavalière du parallépipède rectangle les arêtes de même longueur, les angles droits, les arêtes, les faces parallèles ou perpendiculaires. - <i>Dessiner ou compléter un patron d'un parallépipède rectangle.</i>	À l'école élémentaire les élèves ont déjà travaillé sur des solides droits de l'espace (description, construction, patron). Cette étude est poursuivie en 6 ^e en mettant l'accent sur un aspect nouveau : la représentation en perspective cavalière, <i>dont certaines caractéristiques sont précisées aux élèves.</i> L'usage d'outils informatiques permet une visualisation de différentes représentations d'un même objet de l'espace. Même si les compétences attendues ne concernent que le parallépipède rectangle, les travaux portent sur différents objets de l'espace et s'appuient sur l'étude de solides amenant à passer de l'objet à ses représentations et inversement.

4. Grandeurs et mesures

En continuité avec le travail effectué à l'école élémentaire, cette rubrique s'appuie sur la résolution de problèmes souvent empruntés à la vie courante. Elle permet d'aborder l'histoire des sciences, d'assurer des liens avec les autres disciplines, en particulier la technologie et les sciences de la vie et de la Terre, de réinvestir les connaissances acquises en mathématiques, mais aussi d'en construire de nouvelles. Par exemple, le recours aux longueurs et aux aires permet d'enrichir le travail sur les nombres non entiers et les

opérations étudiées en classe de sixième. Il est important que les élèves disposent de références concrètes pour certaines grandeurs et soient capables d'estimer une mesure (ordre de grandeur). L'utilisation d'unités dans les calculs sur les grandeurs est légitime. Elle est de nature à en faciliter le contrôle et à en soutenir le sens. À travers les activités sur les longueurs, les aires et les volumes, les élèves peuvent se construire et utiliser un premier répertoire de formules.

Objectifs
<p><i>La résolution de problèmes a pour objectifs :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • de compléter les connaissances relatives aux longueurs, aires, masses et durées, • de savoir choisir une unité appropriée et effectuer des changements d'unités, • de consolider la notion d'angle, d'assurer la maîtrise des notions d'aire et de périmètre, • de mettre en place la notion de volume et de commencer l'étude du système d'unités de mesure des volumes.

Connaissances	Capacités	Commentaires
4.1 Longueurs, masses, durées	- Effectuer, pour les longueurs et les masses, des changements d'unités de mesure. - Comparer géométriquement des périmètres. - Calculer le périmètre d'un polygone. - Connaître et utiliser la formule donnant la longueur d'un cercle. - Calculer des durées, calculer des horaires.	Il s'agit d'entretenir les connaissances acquises à l'école élémentaire, de compléter et consolider l'usage d'instruments de mesure, en s'appuyant sur les équivalences entre les différentes unités. La comparaison de périmètres sans avoir recours aux formules est particulièrement importante pour affermir le sens de cette notion. Le travail sur les périmètres permet aussi une initiation aux écritures littérales.
4.2 Angles	- <i>Comparer des angles sans avoir recours à leur mesure.</i> - <i>* Utiliser un rapporteur pour :</i> - <i>déterminer la mesure en degré d'un angle,</i> - <i>construire un angle de mesure donnée en degré.</i>	<i>* Le rapporteur est un nouvel instrument de mesure qu'il convient d'introduire à l'occasion de la construction et de l'étude des figures.</i>
4.3 Aires : mesure,	- Comparer géométriquement des aires.	Poursuivre le travail effectué à l'école élémentaire,

Connaissances	Capacités	Commentaires
comparaison et calcul d'aires	<ul style="list-style-type: none"> - Déterminer l'aire d'une surface à partir d'un pavage simple. - Différencier périmètre et aire. - Calculer l'aire d'un rectangle dont les dimensions sont données. - Connaître et utiliser la formule donnant l'aire d'un rectangle. - Calculer l'aire d'un triangle rectangle, <i>*d'un triangle quelconque dont une hauteur est tracée.</i> - Connaître et utiliser la formule donnant l'aire d'un disque. - Effectuer pour les aires des changements d'unités de mesure. 	<p>en confrontant les élèves à des problèmes. La comparaison d'aires sans avoir recours à des formules est particulièrement importante pour affirmer le sens de cette notion. Certaines activités proposées conduisent les élèves à comprendre notamment que périmètre et aire ne varient pas toujours dans le même sens.</p> <p>Une démarche expérimentale permet de vérifier la formule de l'aire du disque.</p>
4.4 Volumes	<ul style="list-style-type: none"> - Déterminer le volume d'un parallélépipède rectangle en se rapportant à un dénombrement d'unités, <i>* en utilisant une formule.</i> - Connaître et utiliser les unités de volume et les relier aux unités de contenance. - Savoir que $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$. - <i>Effectuer pour les volumes des changements d'unités de mesure.</i> 	<p>Comme pour les longueurs et les aires, l'utilisation des équivalences entre diverses unités est préférée à celle systématique d'un tableau de conversion.</p>