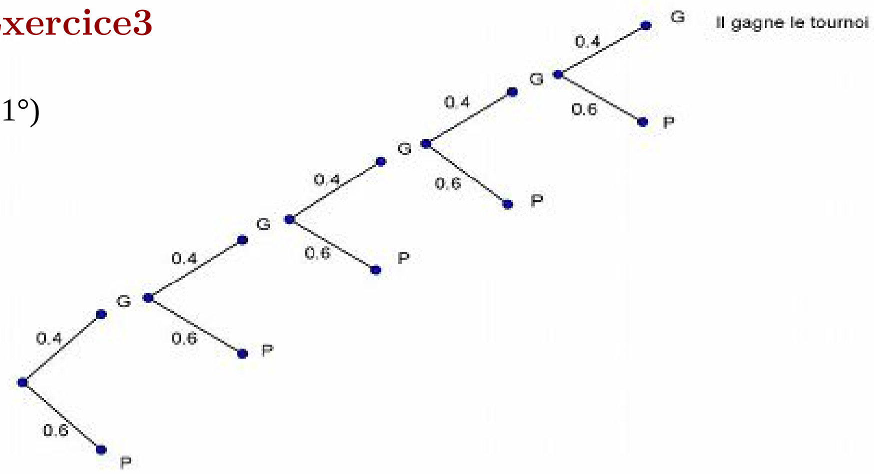
Exercice3

1°)



2°) p(X = 0) = 0,6 (il perd à la première rencontre)

$p(X=1)=0{,}4\times 0{,}6=0{,}24$ (il gagne la première rencontre mais perd la deuxième)

$p(X=2)=0{,}4^2\times 0{,}6=0{,}096$

$p(X=3)=0{,}4^3\times 0{,}6=0{,}0384$

$p(X=4)=0{,}4^4\times 0{,}6=0{,}01536$

$p(X=5)=0{,}4^5=0{,}01024$

3°) p(Noé ne gagne pas le tournoi) = 1 – p(Noé gagne) = 1 – p (X = 5) = 0,98976

4°) Il répète 5 fois de façons identiques et indépendantes une expérience à 2 issues possibles (Jazz ou pas Jazz).
Donc, Y, la variable aléatoire dénombrant le nombre de morceaux de Jazz écoutés, suit une loi binomiale de paramètres *n = 5* et *p = p (Jazz) = 90/190 = 9/19*

On souhaite calculer $p(Y=3)=\binom{5}{3}(9/19)^3\times(10/19)^2\approx 0{,}294$

Exercice4

1. Montrez que la probabilité p que la puce soit défectueuse est 0,0494

On note A l'évènement la puce a le défaut a et B l'évènement la puce a le défaut b .
L'évènement « la puce est défectueuse » est l'évènement $A\cup B$.
On utilise la propriété valable pour tous évènements : $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$
donc $p=0{,}03+0{,}02-0{,}0006=0{,}0494$

2.
a) Justifiez que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.

Soit l'épreuve de Bernoulli : prélever au hasard une puce et observer si elle est défectueuse ou non.
Cette épreuve a deux issues S et $E=\bar{S}$, le succès S étant « la puce est défectueuse »de probabilité $p=0{,}0494$.
Cette épreuve est répétée 100 fois, selon un schéma de Bernoulli (prélèvement assimilé à un tirage avec remise donc conditions identiques et indépendantes pour chaque tirage).
X est la variable aléatoire qui compte le nombre de succès, elle suit donc la loi binomiale de paramètres $n=100$ et $p=0{,}0494$

b)

On utilise la formule du cours $p(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$ avec $k=5$, $n=100$ et $p=0{,}0494$

$p(X=5)=\binom{100}{5}0{,}0494^5(0{,}9506)^{95}\approx 0{,}18$.

La probabilité d'obtenir exactement 5 puces défectueuses dans un lot de 100 est environ 0,18

c) Calculer la probabilité que dans ce lot, il y ait au moins une puce défectueuse. Arrondir à 10^{-2} près.**1**

On doit calculer $p(X\geqslant 1)=p(X=1)+p(X=2)+\dots+p(X=100)$

Evènement contraire : $p(X\geqslant 1)=1-p(X=0)$

$p(X=0)=\binom{100}{0}0{,}0494^0(0{,}9506)^{100}=0{,}9506^{100}$ **donc** $p(X\geqslant 1)=1-0{,}956^{100}\approx 0{,}99$

La probabilité que dans ce lot, il y ait au moins une puce défectueuse est environ 0,99

d) Quel est en moyenne le nombre de puces défectueuses dans un lot de 100 ?

On calcule l'espérance de la variable aléatoire X : $E(x)=np=100\times 0{,}0494=4{,}94$.
On peut estimer qu'il y a environ 5 puces défectueuses par lot de 100, en moyenne, sur un grand nombre de lots vérifiés.

3. Un monteur comptabilise 9 puces défectueuses dans un des lots. Quelle décision va-t-il prendre ?

On détermine à l'aide de la calculatrice le nombre a tel que $p(X\leqslant a)>0{,}025$ et le nombre b tel que $p(X\leqslant b)\geqslant 0{,}975$. Il obtient a= 1 et b =10 .

Donc l'intervalle de fluctuation est $I=\left[\frac{1}{100};\frac{10}{100}\right]$ = $[0{,}01;0{,}1]$

Dans son lot la fréquence de puces défectueuses est

$$f=\frac{9}{100}=0{,}09$$

f appartient à I. Il va donc considérer que son lot est conforme, au seuil de 95 %.