Université Hassan II – Aïn Chock
Faculté des Sciences Juridiques
Economiques et Sociales
Casablanca

CHAPITRE 3

LES SERIES CHRONOLOGIQUES

INTRODUCTION

L'étude des phénomènes économiques est largement facilitée lorsqu'on dispose d'observations.Ainsi, pour expliquer les interactions entre grandeurs, pour effectuer des prévisions …, il convient de construire des « séries chronologiques ».Il s'agit de suites d'observations chiffrées et ordonnées dans le temps.

- Y la grandeur dont on étudie l'évolution. y_t est la valeur prise par Y à la date t.
- t l'indice utilisé pour repérer les dates d'observations.t=1,…n.
- Y peut être la série mensuelle des indices de prix, la série trimestrielle des ventes d'automobiles, la série trimestrielle de la production industrielle….

I – CARACTERISTIQUES D'UNE SERIE CHRONOLOGIQUE

On distingue généralement quatre composantes dans une série chronologique :

- Une composante longue : elle correspond à l'évolution fondamentale de la grandeur étudiée. Cette composante est appelée Trend ou tendance de la série chronologiques.Il s'agit d'un mouvement de long terme, généralement notée T.

- Une composante courte : elle est relative aux fluctuations périodiques qui s'inscrivent à l'intérieur de l'année .Cette composante des séries traduit l'existence de phénomènes qui se répètent chaque année. C'est la composante saisonnière, notée S

- Une composante intermédiaire entre les deux précédentes appelée composante cyclique : il s'agit d'un mouvement oscillatoir d'amplitude et de périodicité variables.La période étant toutefois supérieure à l'année. Elle notée C

- Une composante aléatoire ou imprévisible. Due au hasard, Son intervalle de variation est réduit. Elle est notée A.

  Afin d'analyser de façon théorique les séries chronologiques et de rendre compte de leurs différents types d'évolution, on distingue deux modèle de composition des différentes composantes : le modèle **additif** et le modèle **multiplicatif**.

  Le choix du modèle retenu est guidé par des considérations pratiques résultant par exemple, de l'examen graphique de l'évolution de la série.

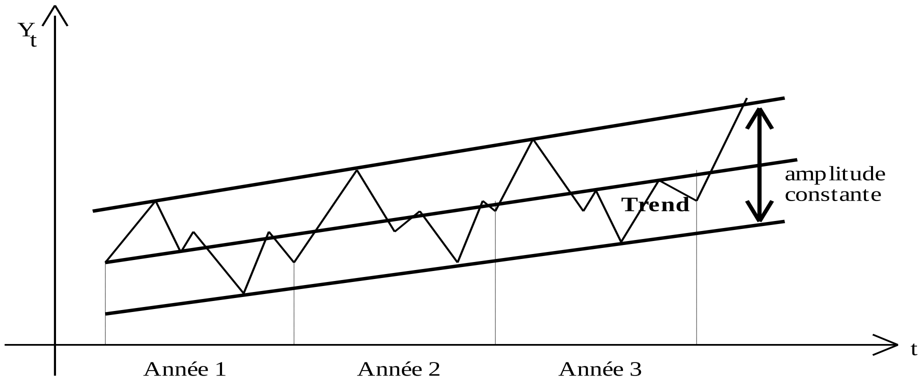
  Le modèle additif correspond à un mouvement saisonnier dont la composition avec le Trend conduit à une modulation d'amplitude constante. Alors que le modèle multiplicatif conduit à une modulation d'amplitude variable croissante (ou décroissante) avec le Trend.

  A partir de ces éléments, une série peut se décomposer selon deux modèles :

1. Modèle Additif

Dans un modèle additif, les composantes sont indépendantes les unes des autres. Graphiquement les amplitudes des S sont constantes autour du Trend T. et nous avons

Y= T+S+C+A

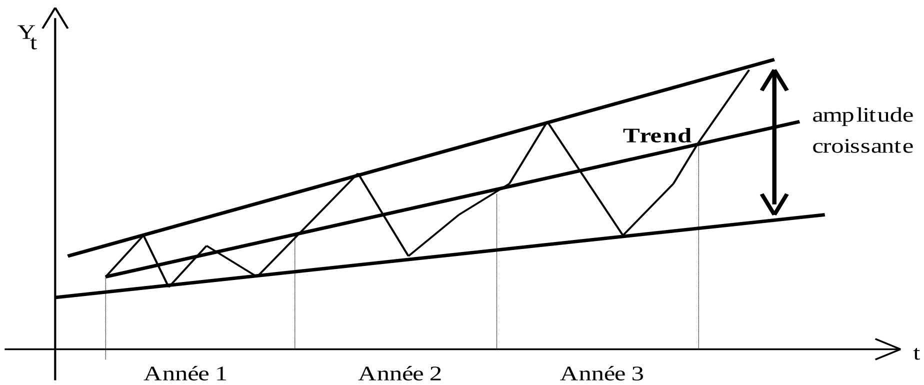


2.Modèle multiplicatif

- Dans un modèle multiplicatif les composantes sont indépendantes les unes des autres, en particulier la composante saisonnière est proportionnelle au Trend. Et nous avons la décomposition multiplicative suivante :

  Y= TxSxCxA

- Graphiquement les amplitudes des S sont croissantes (ou décroissantes) autour du Trend T.



II – LE MOUVEMENT SAISONNIER : POSITION DU PROBLEME

La plupart des phénomènes économiques connaissent et subissent l'influence des saisons.

- La consommation de carburant augmente en été (touristes, départs en vacances) .
- Les prix des fruits et légumes fluctuent selon les saisons.
- Le taux de chômage augmente en hivers et régresse en été …

Il serait maladroit et hâtif de conclure, par exemple, à une évolution favorable au vu d'une réduction du chômage de Mars à Septembre.

Pour se faire une idée exacte de l'évolution d'une grandeur économique, il est indispensable d'en extraire le mouvement saisonnièr; on doit retirer de chaque observation la part imputable à l'effet saisonnier.

Le mouvement extra saisonnier que l'on obtient à l'issue de cette opération s'appelle série désaisonnalisée ou série corrigée des variations saisonnières.

III – ANALYSE D'UNE SERIE CHRONOLOGIQUE

L'analyse d'une série temporelle ou chronologique a pour but de fonder la prévision économique à court terme. Chacune des composantes de la série peut alors faire l'objet d'une analyse particulière. Nous nous limiterons à l'étude de deux composantes essentielles, d'une part la tendance (trend) et d'autre part la composante saisonnière dans le cadre d'un modèle multiplicatif.

3.1 L'analyse de la tendance ou trend

L'analyse de la tendance peut se faire de plusieurs façons :

- **par la méthode graphique**

Méthode empirique, qui consiste à ajuster une droite ou une courbe en se fondant simplement sur le graphique. Cette méthode ne donne évidemment qu'une information et une prévision très approximative.

- **par la méthode des moyennes échelonnées** : c'est une méthode utilisée pour des séries ayant un grand nombre d'observations. Elle permet d'appréhender rapidement la tendance générale de la série mais demeure une méthode faible au niveau de la prévision.
- **par la méthode des moyennes mobiles** Paragraphe 3.1.1
- **par la méthode des moindres carrés ordinaires** Paragraphe 3.1.2

On se limite ici à présenter la méthode des moyennes mobiles et la méthode analytique des moindres carrés ordinaires.

3.1.1 Les moyennes mobiles.

Le principe est de remplacer un certain nombre de valeurs observées par leur moyenne de la façon suivante :

a) Définition :

Soient y(1) , y(2), y(3), ... , y(n) les valeurs observées du phénomène, on appelle **moyenne mobile d'ordre k** la série constituée des moyennes suivantes :

- $\frac{y(1)+y(2)+\cdots+y(k)}{k};\frac{y(2)+\cdots+y(k)+y(k+1)}{k};etc\ldots.$
- une moyenne mobile d'ordre k s'écrit :

$$M_k(t)=\frac{1}{k}\sum_{i=0}^{k-1}y(t+i)\ .$$

K peut être pair ou impair

Si k est impair

Prenons par exemple k=3 ; D'où

$$\hat{y}_i=\frac{y(i-1)+y(i)+y(i+1)}{3}$$

Notons qu'avec ce procédé, on perd deux observations.

Si k est pair avec k= 4

Ainsi la moyenne mobile d'ordre 4 est égale à :

$$\hat{y}_i = \frac{\frac{y(i-2)+y(i-1)+y(i)+y(i+1)}{4}+\frac{y(i-1)+y(i)+y(i+1)+y(i+2)}{4}}{2}$$

d'où :

$$\hat{y}_i = \frac{\frac{1}{2}y(i-2)+y(i-1)+y(i)+y(i+1)+\frac{1}{2}y(i+2)}{4}$$

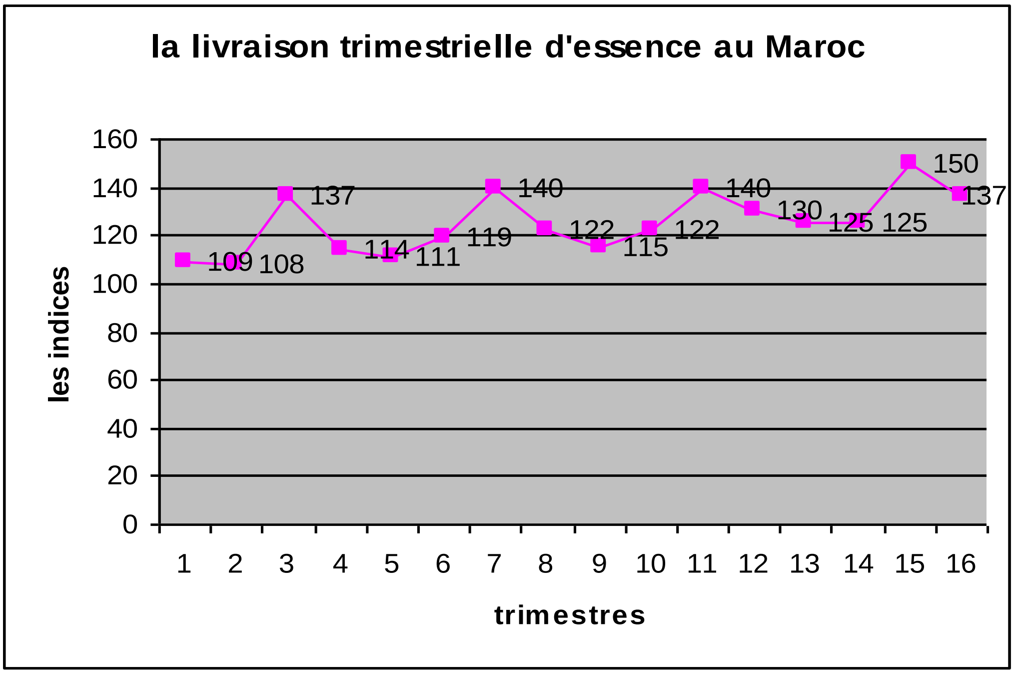
b) Exemple

Considérons la série des indices de la livraison trimestrielle d'essence au Maroc pour 4 années consécutives.

Années	1er trim	2eme trim	3eme trim	4eme trim
2004	109	108	137	114
2005	111	119	140	122
2006	115	122	140	130
2007	125	125	150	137

Dans une première étape, on se propose de tracer le nuage de points, que fait –il apparaître ?

- ***Le graphique***



Le graphique fait apparaître une tendance générale à l'augmentation .Il convient de mentionner qu'un mouvement saisonnier se produit chaque année .un maximum absolu est atteint le troisième trimestre de chaque année (arrivée des travailleurs marocains à l'étranger, touristes, vacanciers…).

On se propose dans une seconde étape de dessaisonnaliser cette série .On utilisera successivement les 2 procédés exposés ci-dessus.

a)Détermination du trend ^yi avec les moyennes mobiles d'ordre 3

trim.		Indices observés	Indices calculés (valeurs du trend) ^yi (moyennes mobiles d'ordre 3	Rapports au trend yi /^yi *100
2004	t1	109	_	_
	t2	108	118*	91,52
	t3	137	119 ,7	114,45
	t4	114	120,7	94,45
2005	t5	111	114,7	96,77
	t6	119	123,3	96,51
	t7	140	127	110,24
	t8	122	125,7	97,07
2006	t9	115	119,7	96,07
	t10	122	125,7	97,07
	t11	140	130,7	107,11
	t12	130	131,7	98,71
2007	t13	125	126,7	98,66
	t14	125	133,3	93,77
	t15	150	137,3	109,25
	t16	137	_	_

*Pour déterminer les indices calculés on a remplacé yi par la valeur ^yi=1/3(y_{i-1}+y_i+yi_{+1})

b) Détermination du trend ^yi avec les moyennes mobiles d'ordre 4

trim.		Indices observés	Indices calculés (valeurs du trend) ^yi (moyennes mobiles d'ordre 4
2004	t1	109	_
	t2	108	_
	t3	137	117,25*
	t4	114	118,875**
2005	t5	111	133,125
	t6	119	122
	t7	140	123,5
	t8	122	124,375
2006	t9	115	124,75
	t10	122	125,75
	t11	140	128
	t12	130	129,625
2007	t13	125	131,25
	t14	125	133,375
	t15	150	_
	t16	137	_

* 109/2+108+137+114+11/2
** 108/2+137+114+111+119/2

3.1.2. La méthode des moindres carrés ordinaires

Ce procédé a l'intérêt de ne pas faire disparaître d'observation .C'est celui qu'il convient de retenir quand le traitement de la série a pour vocation de faire des prévisions.

a) Le trend

Cette fois, on l'obtient en remplaçant les valeurs observées y_t par $\hat{y}_t = at+b$

Méthode analytique : Les moindre carrés ordinaires.

Elle consiste à remplacer chaque valeur observée y_t par

$\hat{y}_t = at + b$ avec $$a = \frac{\sum_i t_i y_i - n \cdot \bar{t} \cdot \bar{y}}{\sum_i t_i^2 - n(\bar{t})^2}$$ et $b = \bar{y} - a\bar{t}$

Le tableau suivant présente les éléments de calculs.

ti	yi	ti*yi	$(ti)^2$
1	109	109	1
2	108	216	4
3	137	411	9
4	114	456	16
5	111	555	25
6	119	714	36
7	140	980	49
8	122	976	64
9	115	1395	81
10	122	1220	100
11	140	1540	121
12	130	1560	144
13	125	1625	169
14	125	1750	196
15	150	2250	225
16	137	2192	256
∑ 136	2004	17949	1496

$$\bar{t}=1/16\sum_{i=1}^{16} t_i=136/16=8,5 \qquad \bar{y}=1/16\sum_{i=1}^{16} y_i=2004/16=125,25$$

Or ^y=at+b avec

$$a=\frac{\sum_i t_i y_i - n\cdot\bar{t}\cdot\bar{y}}{\sum_i t_i^2 - n(\bar{t})^2} = 1.63 \qquad \text{et} \qquad b=\bar{y}-a\bar{t} = 111,4$$

Donc ^yi= 1,63t+111,4

b) A partir de ce résultat,on peut écrire les valeurs du trend et calculer les rapports au trend .

ti	Valeurs observées yi	Valeurs du trend ^yi	Rapports au trend yi/^yi*100
1	109	113,03*	96
2	108	114,66	94
3	137	116,30	118
4	114	117,93	97
5	111	119,56	93
6	119	121,19	98
7	140	122,83	114
8	122	124,46	98
9	115	126,09	91
10	122	127,72	95
11	140	129,36	108
12	130	130,99	99
13	125	132,62	94
14	125	134,25	93
15	150	135,88	110
16	137	137 ,52	100

*** $\hat{}y_1$= 1,63(1)+111,4 $\hat{}y_2$=1,63(2)+111,4. ……..**

3.2 Analyse de la composante saisonnière

L'analyse de la composante saisonnière a pour objet de déterminer la variation des valeurs de la variable d'une période à l'autre.

Pour cela, on calcule des coefficients saisonniers attachés à une période

a) Calcul des coefficients saisonniers

Pour déterminer les coefficients saisonniers on suit les étapes suivantes :

1- Détermination des trends (^yi) par les moyennes mobiles ou par la méthode des moindres carrés
2- Calcul des ^yi estimés ou calculés
3- Calcul des rapports au trend yi/^yi*100
4- Le coefficient saisonnier est la moyenne arithmétique des rapports au trend

b) Exemple : (suite)

On effectue la moyenne arithmétique des rapports au trend, pour chaque trimestre .

Années	1er trim	2eme trim	3eme trim	4eme trim
2004	96	94	118	97
2005	93	98	114	98
2006	91	95	108	99
2007	94	93	110	100
Coefficients saisonniers	93,5*	95	112,5	98,5

*93,5 = (96+93+91+94) /4

IV- LA PREVISION DANS LA SERIE CHRONOLOGIQUE

On utilise l'équation de l'ajustement linéaire ^yi = at +b pour faire les prévisions

Il suffit de remplacer la valeur de t par le rang correspondant et de multiplier le résultat par le coefficient saisonnier adéquat.

Exemple :

Quel serait la prévision de l'indice d'évolution d'essence dans le premier trimestre 2008 ?
Le quatrième trimestre 2007 correspond à t de rang (position) 16
Le premier trimestre 2008 Correspond à t=17

Donc yi =1,63(17)+111,4 =139,11

La valeur estimée est 139,11x coefficient saisonnier de trimestre 1

139,11 x 93,5 /100 =130,07

V- LA DESAISONNALISATION DE LA SERIE CHRONOLOGIQUE

Comme lors des développements précédents, elle est obtenue en divisant les valeurs réelles observées yi à chaque trimestre, par le coefficient saisonnier correspondant : (yi /CSi)*100

Années	1er trim	2eme trim	3eme trim	4eme trim
2004	116,58*	113,68	121,78	115,74
2005	118 ,72	125,26	124,44	123,86
2006	123	128,42	124,44	131 ,98
2007	133,69	131,58	133,33	139,09

***109/93,5*100=116,58**