Exo 4.4

Une station d'alimentation d'un château d'eau utilise une pompe de 12 kW capable de débiter 24 litres par seconde à une vitesse de 4 m/s. A quelle hauteur maximum doit-on placer le niveau du château d'eau, si dans la conduite de refoulement l'eau subit une perte de charge systématique de 0,12 mètres d'eau par mètre ?

Correction

On applique la relation de Bernoulli entre les surfaces libres du réservoir de pompage et du réservoir de refoulement :

$$\frac{1}{2}\rho(v_B^2 - v_A^2) + \rho g(z_B - z_A) + P_B - P_A = +\frac{P}{D_V} - \Delta p$$

$$\begin{split} \rho &= 1000~kg.\,m^3 \\ v_B &= 4~m.\,s^{-1} \\ v_A &\simeq 0~m.\,s^{-1} \\ g &= 10~N.\,kg^{-1} \\ z_B - z_A &= h~c'\text{est ce que l'on cherche} \\ P_B - P_A &= 0~\text{car les deux points sont à la pression atmosphérique} \\ P &= 12 \times 10^3~W \end{split}$$

 $D_V = 24 \times 10^{-3} \ m^3 . L^{-1}$ $\Delta p = \rho g \Delta z \text{ avec } \Delta z = 0.12 \times h$

Donc la relation se simplifie (je mets en surligné l'erreur de calcul !) :

$$\frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g h = +\frac{P}{D_V} - \rho g \times 0.12 \times h$$

$$\rho g h + \rho g \times 0.12 \times h = + \frac{P}{D_V} - \frac{1}{2} \rho v_B^2$$

$$\rho gh(1+0,12) = +\frac{P}{D_V} - \frac{1}{2}\rho v_B^2$$

Soit

$$h = \frac{\frac{P}{D_V} - \frac{1}{2}\rho v_B^2}{\rho a \times 1.12}$$

$$h = \frac{\frac{12000}{0,024} - \frac{1}{2}1000 \times 16}{1000 \times 10 \times 1,12} = 43.9 m$$

$$h \simeq 44 m$$