Correction Baccalauréat Asie 2012
Série ES Obligatoire

Exercice 1 : QCM

Rappel: Fractions :
$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$

1/ Prix après une augmentation puis une diminution de 20% :

On pose x le prix d'un article avant l'augmentation et la réduction.

On a d'abord une augmentation : $x_1 = x \times \left(1 + \frac{20}{100}\right) = 1{,}2x$.

Puis on applique la réduction de 20% à x_1. On a $x_2 = x_1 \times \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 0{,}8x_1 = 0{,}8 \times 1{,}2x = 0{,}96x$.

Puisque le prix final est inférieur au prix de départ ($x_2 < x$), on déduit qu'il s'agit d'une réduction.

On cherche alors la valeur du taux de réduction t en résolvant :

$$0{,}96 = 1 - \frac{t}{100}$$
$$0{,}96 - 1 = -\frac{t}{100}$$
$$-0{,}04 = \frac{t}{-100}$$
$$\boldsymbol{t = -0{,}04 \times -100 = 4}$$

Il s'agit donc d'une réduction de 4%.

Rappel: Calculer une augmentation ou une réduction de t%:

Pour connaître la nouvelle valeur on applique la relation :

$Nouvelle\ valeur = Ancienne\ valeur \times Coefficient\ (d'augmentation\ ou\ de\ réduction)$

Pour une **augmentation** de t%, le **coefficient d'augmentation** est égal à :$\left(1 + \frac{t}{100}\right)$.

Pour une **réduction** de t%, le **coefficient de réduction** est égal à :$\left(1 - \frac{t}{100}\right)$.

2/ Dérivons la fonction $f(x) = x^2(\ln(x) + 3)$:

Je pose $u(x) = x^2$ et $v(x) = ln(x) + 3$

de sorte que $f(x) = u(x) \times v(x)$ (produit)

J'ai donc $u'(x) = 2x$ et $v'(x) = \frac{1}{x} + 0 = \frac{1}{x}$.

On a donc : $f'(x) = u'(x) \times v(x) + u(x) \times v'(x)$

$$f'(x) = 2x \times (ln(x) + 3) + x^2 \times \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = 2x(ln(x) + 3) + x \times \cancel{x} \times \frac{1}{\cancel{x}} = 2\boldsymbol{x}(ln(x) + 3) + \boldsymbol{x}.$$

En factorisant par $\boldsymbol{x}$, on a :

$$\boldsymbol{f'(x)} = \boldsymbol{x}[2(ln(x) + 3) + 1] = x[2\ln(x) + 6 + 1] = \boldsymbol{x[2\ln(x) + 7]}$$

Rappel : Dériver des produits et des quotients :

Produit de fonction (signe ×):

Si $f(x) = u(x) \times v(x)$, alors $f'(x) = u'(x) \times v(x) + u(x) \times v'(x)$

Quotient de fonction (signe ÷):

Si $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$, alors $f'(x) = \frac{u'(x)\times v(x) - u(x)\times v'(x)}{v^2(x)}$

Rappel : Dérivation des fonctions de base :

Fonction f(x)	Dérivée f'(x)
Constante	0
x	1
x^2	2x
x^3	$3x^2$
x^n	nx^{n-1}
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2 \times \sqrt{x}}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
ln(x)	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x

3/ Résolvons l'inéquation $\ln(x) - 1 \leq 0$:

Il faut commencer par enlever toutes les valeurs interdites. On sait que le domaine de définition de $\ln(x)$ est $]0; +\infty[$. Par conséquent, parmi les solutions de l'inéquation, il ne faudra garder que les valeurs comprises dans cet intervalle. Passons maintenant à la résolution de cette inéquation :

$\ln(x) - 1 \leq 0$ $\qquad\qquad$ $\ln(x) \leq 0 + 1$ $\qquad\qquad$ $\ln(x) \leq 1$

En passant à l'exponentielle on a (puisque e^xest croissante, on ne change pas le sens de l'inégalité) :

$e^{\ln(x)} \leq e^1$ $\qquad\qquad$ $x \leq e$

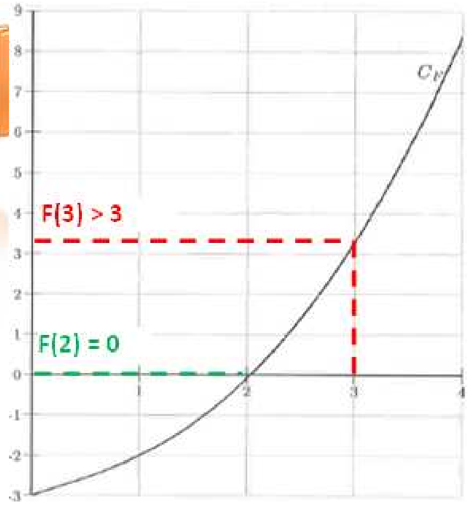
C'est-à-dire que l'inéquation est vraie sur l'intervalle$]-\infty; e]$. En écartant les valeurs interdites ($x \leq 0$), on obtient l'ensemble des solutions demandé : $\boldsymbol{S} = \{]-\infty; \boldsymbol{e}] \cap]\mathbf{0}; +\infty[\} =]\mathbf{0}; \boldsymbol{e}]$

4/ Déterminons la valeur de l'intervalle $\int_2^3 f(x)dx$:

Rappel : Trouver la valeur d'une intégrale :
Par définition : Pour $f(x)$ une fonction et $F(x)$ une de ses primitives

$$\int_\alpha^\beta f(x)dx = [F(x)]_\alpha^\beta = F(\beta) - F(\alpha)$$

On sait que$\int_2^3 f(x)dx = [F(x)]_2^3 = F(3) - F(2)$.
Or l'énoncé nous donne la représentation graphique de $F(x)$, et pas de $f(x)$.
Il suffit de lire graphiquement les valeurs de $F(3)$ et $F(2)$:
Sur le graphe, on a $F(3) > 3$ et $F(2) = 0$. On a donc :
$\int_2^3 f(x)dx = F(3) - 0 = F(3) > 3$.
On détermine maintenant la valeur des 4 propositions :
$\frac{\ln(3)}{3} \approx 0{,}37 < 3$
$\ln(3) \approx 1{,}1 < 3$
$-\ln(3) \approx -1{,}1 < 3$
$3\ln(3) \approx 3{,}3 > 3$
Par élimination, on déduit que $\int_2^3 f(x)dx = 3\ln(3)$



Exercice 2 : Ajustement affine

1/ a/ Vérifions que la part des femmes dans les emplois de cadre est égale à 26,7% en 2007 :

Voici le tableau fourni en annexe, avec les indices des parts :

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Part y_i (en %)	23,2	23,4	24,2	24,9	24,7	24,9	25,4	25,4	26	
Indice des parts	100	101		107	106	107	109	109	112	115

On rappelle qu'un indice est proportionnel à la valeur étudiée (ici les parts en %). Pour trouver la part de femmes cadres en 2007, on utilise la règle de 3. **On a donc $y_{10} = \frac{115 \times 23{,}2}{100} \approx 26{,}7$, arrondi au dixième**.

Truc : Avoir la meilleure valeur possible:
Pour avoir le meilleur résultat possible, il vaut mieux partir des informations certaines pas arrondies. Ici, on a posé l'indice 100 pour 23,2% de femmes occupant un emploi cadre. Il est donc préférable d'utiliser cette valeur même si dans les faits, on pouvait calculer avec d'autres données du tableau.

1/ b/ Trouvons l'indice correspondant à l'année 2000 :

En suivant la même méthode qu'à la question 1/ a/ (on rappelle qu'il y a proportionnalité entre l'indice et la part des femmes occupant un emploi cadre), on a :
$\boldsymbol{i_3 = \frac{24{,}2\times 100}{23{,}2} \approx 104}$ **arrondi à l'unité (comme précisé dans le tableau de l'annexe du sujet)**

1/ c/ Taux d'évolution et part de femmes ayant un emploi de cadre en 2008 suivant cette évolution :

L'énoncé demande de supposer que l'évolution reste constante depuis 2005, puis de déduire la part de femmes occupant un emploi cadre en 2008.
Il faut donc commencer par trouver le pourcentage d'évolution entre 2005 et 2006. On a donc :

Rappel : Trouver un pourcentage d'évolution:
Pour trouver le pourcentage d'évolution entre deux moments, il faut utiliser la formule suivante :

$$Evolution = \frac{Valeur\ d'arrivée - Valeur\ de\ départ}{Valeur\ de\ départ} \times 100$$

$Evolution = \frac{Valeur\ de\ 2006 - Valeur\ de\ 2005}{Valeur\ de\ 2005} \times 100 = \frac{26-25{,}4}{25{,}4} \times 100 \approx 2{,}36\%.$
Le taux d'évolution entre $\mathbf{2005}$ et $\mathbf{2006}$ est donc d'environ $\mathbf{2{,}36\%}$.
On calcule ensuite le coefficient d'augmentation $\left(1 + \frac{2{,}36}{100}\right) = 1{,}0236.$
On trouve alors le taux de 2007 en calculant : $y_{10} = y_9 \times 1{,}0236 \approx 26{,}61\%$
puis le taux de 2008 en calculant $y_{11} = y_{10} \times 1{,}0236 \approx 27{,}24\%$
Si l'évolution entrevue entre $\mathbf{2005}$ et $\mathbf{2006}$ s'était poursuivie au même rythme, on aurait eu un taux de femmes avec un emploi de cadre d'environ $\mathbf{27{,}24\%}$.

Rappel: Calculer une augmentation ou une réduction de $t\%$:
Pour connaître la nouvelle valeur on applique la relation :
$Nouvelle\ valeur = Ancienne\ valeur \times Coefficient\ (d'augmentation\ ou\ de\ réduction)$
Pour une augmentation de $t\%$, le coefficient d'augmentation est égal à :$\left(1 + \frac{t}{100}\right)$.
Pour une réduction de $t\%$, le coefficient de réduction est égal à :$\left(1 - \frac{t}{100}\right)$.

2/ a/ Donnons l'équation de la droite d'ajustement affine :

L'énoncé demande de prendre en compte les onze points du nuage (il faut donc prendre en compte la valeur de 2007). Dans la calculatrice graphique, on rentre les données des lignes x_i et y_i. La régression linéaire appliquée à ces points donne les valeurs de « a » et « b », respectivement le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la droite. **On trouve: $\boldsymbol{a \approx 0{,}37}$et $\boldsymbol{b \approx 22{,}89}$**, valeurs arrondies à 10^{-2} près. L'équation de la droite est: $\boldsymbol{y = 0{,}37x + 22{,}89}$

Info matériel : Texas Instruments (TI-82 STAT):

Dans le menu « STAT », entrer les coordonnées des points dans L1 et L2

Puis :
Touche « STAT », puis Touche « 4 » : LinReg(ax+b)
http://education.ti.com/guidebooks/graphing/82stat/TI82STATSBookfre.pdf (p 220 et suivantes)

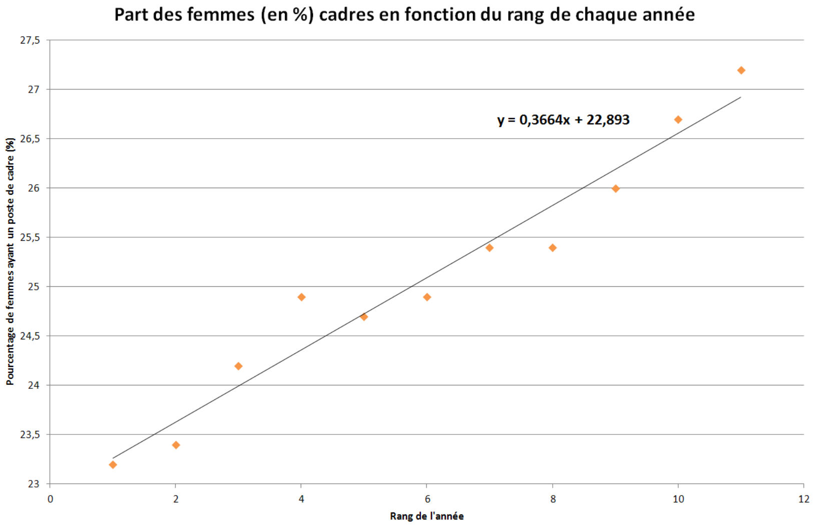
Info matériel : Casio (Graph 80) :

Dans le menu « STAT », entrer les coordonnées de tous les points dans les colonnes List1 et List2

Puis :
Utiliser la fonction CALC REG X
http://eteaching.free.fr/Bts/Poly%20bts/casio/Ajustement%20lin%E9aire%20Casio.pdf (p 3 et 4)

2/ b/ Traçons la droite sur le graphique donné en annexe :

Voici la droite demandée :



A l'attention du lecteur :
Pour des raisons de clarté et de lisibilité j'ai préféré proposer un graphe différent de celui mis en annexe

3/ a/ Estimons la part de femmes dans les emplois cadres en 2012 :

L'énoncé suppose que l'ajustement affine est valable jusqu'en 2013. Il est donc possible de l'utiliser pour estimer le taux de femmes ayant un emploi de cadre n 2012. En 2012, on a $x_i = 15$.
En utilisant l'équation trouvée à la question 3/, on obtient : $\boldsymbol{y_{15} = 0,37 \times 15 + 22,89 = 28,44\%}$.
Environ 28,44% de cadres devraient être des femmes en 2012.

3/b/ La parité sera-t-elle atteinte en 2071 ?

La parité est l'égalité entre les femmes et les hommes. Il faut donc que $\boldsymbol{y_i \geq 50\%}$.
En 2071, on a $x_i = 74$. En supposant que l'ajustement affine soit fiable jusqu'en 2071, on a :
$\boldsymbol{y_{74} = 0,37 \times 74 + 22,89 \approx 50,27\% \geq 50\%}$.
Si l'ajustement affine reste fiable jusqu'en 2071, on peut en conclure que Chloé a raison.

Exercice 3 : Probabilités

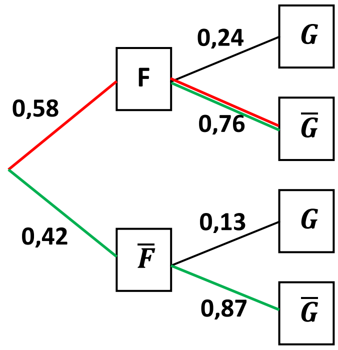
1/ Donnons les valeurs de $p(F)$, $p_F(G)$ et $p_{\bar{F}}(G)$:

L'événement F est : « La fiche tirée est celle d'un abonné qui a un accès internet sur ligne fixe ». On sait que 58% des clients répondent à cet événement. **On a donc $\boldsymbol{p(F) = 0,58}$.**
La probabilité $p_F(G)$ est la probabilité qu'un abonné a un accès 3G sur son mobile sachant qu'il a un accès internet sur ligne fixe. L'énoncé nous dit que parmi les abonnés sur ligne fixe, 24% ont aussi un accès 3G sur mobile. **On en déduit que $\boldsymbol{p_F(G) = 0,24}$.**
La probabilité $p_{\bar{F}}(G)$ est la probabilité qu'un abonné a un accès 3G sur son mobile sachant qu'il n'a pas d'accès internet sur ligne fixe. L'énoncé nous dit que parmi les clients non-abonnés sur ligne fixe, seuls 13% ont un accès 3G sur mobile. **On en déduit que $\boldsymbol{p_{\bar{F}}(G) = 0,13}$.**

2/ Construisons l'arbre de probabilité traduisant cette situation :

L'étude s'intéresse à événements :
- Le fait d'être ou non abonné sur ligne fixe (événements F et $\bar{F}$)
- Le fait d'avoir ou non un accès 3G sur mobile (événements G et $\bar{G}$)

Il est donc possible de réaliser l'arbre ci-contre :



Astuce :
Pour plus de simplicité, je conseille de mettre les probabilités sous la forme décimale, ce nombre étant obligatoirement compris entre 0 et 1. Cependant, s'il est demandé des résultats exacts, je conseille une écriture fractionnaire.

Rappel :
La somme des probabilités issues d'un même sommet vaut 1
(par exemple $0{,}58 + 0{,}42 = 1$)

3/ Calculons $p(F \cap \bar{G})$, représentée en rouge sur l'arbre :

La probabilité de l'événement est $p(F \cap \bar{G})$:
$\boldsymbol{p(F \cap \bar{G}) = p(F) \times p_F(\bar{G}) = 0{,}58 \times 0{,}76 = 0{,}4408}$

D'où $p(F \cap \bar{G}) = 0{,}4408$, soient $44{,}08\%$.
La probabilité que le client tiré au sort ait un abonnement sur ligne fixe mais pas à la 3G est donc de $0{,}4408$, soient $44{,}08\%$.

Rappel : Probabilités d'un « chemin »
La probabilité de chaque « chemin » est le produit de chaque branche utilisée.

4/a/ Calculons la probabilité que l'abonné n'ait pas d'abonnement à la 3G:

Le fait que le client n'ait pas d'abonnement à la 3G se traduit par l'événement $\bar{G}$.
La probabilité que le client ne soit pas abonné à la 3G est possible selon deux « chemins » (en vert sur l'arbre) :
- Le client a un abonnement sur ligne fixe et n'a pas d'abonnement à la 3G (événement $F \cap \bar{G}$)
- Le client n'a pas d'abonnement sur ligne fixe et pas non plus d'abonnement à la 3G (événement $\bar{F} \cap \bar{G}$)

Rappel : Probabilités totales
Pour trouver la probabilité totale d'un événement, on fait la somme des probabilités des « chemins » qui nous intéressent.

On en déduit que :
$p(\bar{G}) = p(F \cap \bar{G}) + p(\bar{F} \cap \bar{G}) = p(F) \times p_F(\bar{G}) + p(\bar{F}) \times p_{\bar{F}}(\bar{G})$
$p(C) = 0{,}58 \times 0{,}76 + 0{,}42 \times 0{,}87 = 0{,}4408 + 0{,}3654 = 0{,}8062$, soient $80{,}62\%$.
La probabilité de l'événement $\bar{G}$ est donc bien de $0{,}8062$.

Rappel : Probabilités :
$p(\bar{G}) = 1 - p(G)$
$G = \bar{\bar{G}}$

4/b/ Un quart des clients a-t-il un abonnement à la 3G ?

On cherche $p(G)$. Or, tout événement est le contraire de son événement contraire.
On a donc $G = \bar{\bar{G}}$. On déduit donc que $\boldsymbol{p(G) = p(\bar{\bar{G}}) = 1 - p(\bar{G}) = 1 - 0{,}8062 = 0{,}1938 < 0{,}25}$.
On en déduit que moins de 25% des clients ont un accès 3G sur téléphone portable.

5/ Calculons la probabilité qu'exactement 1 client sur 3 n'ait pas d'abonnement à la 3G :

Déterminons d'abord les paramètres de la loi binomiale.
On s'intéresse aux clients qui n'ont pas d'accès à la 3G.
On a donc $p = p(\bar{G}) = 0{,}8062$.
De plus, on réalise un prélèvement de 3 élèves. On a donc $n = 3$.
Cette loi binomiale est donc définie par les paramètres $p = 0,8062$ et $n = 3$.

Rappel: Paramètres loi binomiale
- n : nombre de tirages indépendants
- p : probabilité de l'événement qui nous intéresse (ici, être favorable à la mesure)

On sait que le tirage des clients a été fait de façon indépendante.
On veut qu'un seul client n'ait pas d'abonnement à la 3G.
Cette probabilité est : $\boldsymbol{p(X=1)} = \binom{3}{1} \times p^1 \times (1-p)^{3-1}$
$\boldsymbol{p(X=0)} = \binom{3}{1} \times \mathbf{0,8062^1} \times \mathbf{0,1938^2} \approx \mathbf{0,0908.}$
La probabilité qu'un seul client ait un abonnement 3G est donc de $0,0908$, soient 9,08%.

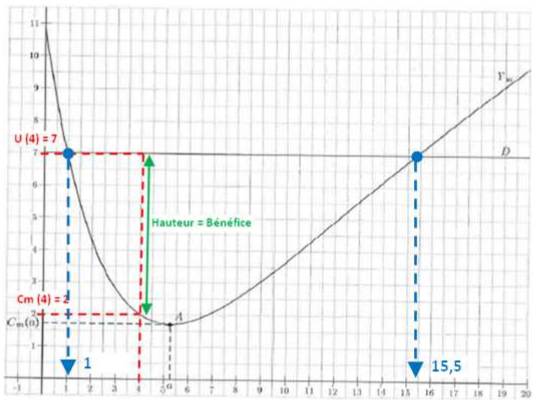
Rappel: Loi binomiale
Condition pour utiliser la loi binomiale : dire que **les choix sont indépendants**

Astuce: Exposant sur les probabilités : Pour se souvenir des coefficients présents sur les probabilités de chaque événement, on peut voir que la somme des exposants est le nombre de tirages réalisés (ici, on avait 4 tirages, et $1 + 2 = 3$). De plus, puisqu'on ne veut qu'un seul client avec abonnement sur ligne fixe on met l'exposant 1 sur la probabilité correspondante et l'exposant 2 va sur la probabilité contraire.

Info matériel : Loi binomiale
La calculatrice donne le résultat directement, mais il faut s'entraîner
- Casio (Graph 35+): http://math.univ-lyon1.fr/irem/IMG/pdf/190_graph35plus.pdf
- Texas Instruments (TI 82) : http://math.univ-lyon1.fr/irem/IMG/pdf/190_ti82stats.fr.pdf

Exercice 4 : Analyse

Partie A



1/ Déterminons graphiquement la valeur de $C_m(4)$:

Graphiquement, on voit que $\boldsymbol{C_m(4)} = \mathbf{2}$ (en rouge).

2/ Déterminons graphiquement la valeur de $B_m(4)$:

Le bénéfice marginal $B_m(q)$ est la différence entre le prix de vente unitaire $U(q)$ et $C_m(q)$ (en vert).
On a donc $\boldsymbol{B_m(4) = U(4) - C_m(4) = 7 - 2 = 5}$.

Pour l'entreprise, cela signifie que la 5ème tonne de détergent lui générera un bénéfice de 5000€.

Notation :
Dans cet exercice la variable ne s'appelle pas x mais q.
On fait avec q la même chose qu'on ferait avec x.

Rappel : Coût marginal et bénéfice marginal :
Le coût marginal $C_m(x)$. d'un produit est la différence de coût entre le prix du $(x+1)^{ème}$ et le $x^{ème}$ objet.
Par exemple, si une entreprise dépense 65000€ pour produire x objets et 68000€ pour$(x+1)$ objets alors le coût marginal du $(x+1)^{ème}$ objet est de $68000 - 65000 = 3000$€.
Le bénéfice marginal $B_m(x)$ est la différence entre le prix de vente unitaire $P(x)$ et $C_m(x)$.

3/ Trouvons les quantités pour lesquelles le bénéfice marginale est nul :

Si le bénéfice marginal est nul, on a $B_m(q) = U(q) - C_m(q) = 0$. Donc $U(q) = C_m(q)$.
Il faut donc trouver le(s) point(s) d'intersection entre la courbe de $C_m(q)$ et la droite de $U(q)$.
Graphiquement, on trouve deux solutions (en bleu sur le graphe) : $\boldsymbol{q = 1}$ **et** $\boldsymbol{q \approx 15,5}$.
Le bénéfice marginal est donc nul pour des quantités produites de $\boldsymbol{1}$ tonne et $\boldsymbol{15,5}$ tonnes (environ).

4/ Déduisons-en un encadrement de la quantité à produire pour que ce bénéfice marginal soit positif :

Lé bénéfice est positif si le prix unitaire de vente est supérieur au coût marginal de vente, c'est-à-dire si la droite de $U(q)$ est supérieure à la courbe de $C_m(q)$. **Ici, on déduit donc que le bénéfice marginal sera positif si la quantité de détergent vendue est comprise entre $\boldsymbol{1}$ tonne et $\boldsymbol{15,5}$ tonnes: $\boldsymbol{1 \leq q \leq 15,5}$.**

Partie B

1/ a/ Justifions que l'équation $C_m(q) = 7$ admet une solution unique q_0 dans l'intervalle $[10; 20]$:

D'après le tableau de variations donné dans l'énoncé, on sait que la fonction $C_m(q)$ est continue et strictement croissante sur l'intervalle $[\alpha; 20]$, avec α compris entre 5 et 6.
On en déduit que la fonction $C_m(q)$ est continue et strictement croissante sur l'intervalle $[10; 20]$, avec $C_m(10) \approx 3{,}66 < 7$ et $C_m(20) \approx 9{,}71 > 7$. Donc, 7 est compris entre 3,66 et 9,71.
Donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires sur cet intervalle, on en déduit que $\boldsymbol{C_m(q) = 7}$ admet une solution unique sur cet intervalle.

1/b/ Donnons un encadrement de q_0 au dixième :

Grâce à la calculatrice, on détermine un encadrement de q_0 au dixième près.
Le tableau de valeurs suivant permet de répondre à cette question.

q	15,2	15,3	15,4	15,5
$C_m(q)$	6,92	**6,98**	**7,04**	7,1

On en déduit que $\boldsymbol{15,3 \leq q_0 \leq 15,4}$, au dixième près.

1/c/ Donnons la valeur de $B_m(q_0)$:

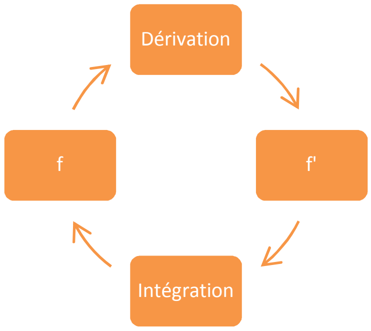
Par définition on a $B_m(q_0) = B_m(15{,}3) = U(15{,}3) - C_m(15{,}3) = 7 - 7 = 0$.
A la question 3/ de la partie A, on a trouvé que le bénéfice marginal était nul pour $\boldsymbol{q \approx 15,5}$.
Ici, on a trouvé $\boldsymbol{B_m(15,3) \approx 0}$, ce qui est conforme au résultat trouvé précédemment.
De plus, on a pu affiner la valeur alors trouvée $\boldsymbol{q \approx 15,3}$.

2/ Vérifions que $C(q)$ est bien une primitive de $C_m(q)$:

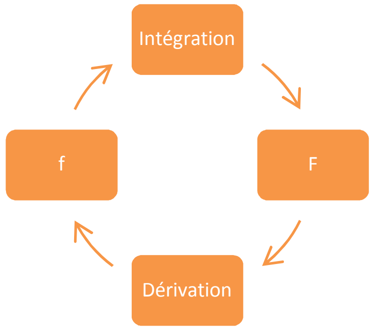
Si $C(q)$ est une primitive de $C_m(q)$,
alors la dérivée de $C(q)$ est $C_m(q)$.
Dérivons donc l'expression $C(q)$ proposée :

Rappel : Dérivation et intégration

L'intégration est l'opération inverse de la dérivation.
Ce schéma explique simplement les relations qui unissent f et f' d'une part ainsi que f et F d'autre part.



Pour passer de f à f', on dérive.
Pour passer de f' à f, on intègre.



Pour passer de f à F, on intègre.
Pour passer de F à f, on dérive.

Dérivons donc l'expression $C(q) = 10 + 0{,}25q^2 + 4qe^{(1-0{,}25q)}$:

Cette fonction est composée de trois blocs qu'il faut dériver séparément :
- La dérivée de 10 est $\mathbf{0}$.
- La dérivée de $0{,}25q^2$ est $\mathbf{0{,}25 \times 2q = 0{,}5q}$
- La dérivée de $4qe^{(1-0{,}25q)}$ s'obtient ainsi :

Je pose $u(q) = 4q$ et $v(q) = e^{(1-0{,}25q)}$
de sorte que $4qe^{(1-0{,}25q)} = u(q) \times v(q)$ (produit)
J'ai donc $u'(q) = 4$. Je dois aussi dériver $v(q) = e^{(1-0{,}25q)}$
Je pose $w(q) = 1 - 0{,}25q$, j'ai donc $w'(q) = 0 - 0{,}25 \times 1 = -0{,}25$.
D'où $v'(q) = w'(q) \times e^{w(q)} = -0{,}25 \times e^{(1-0{,}25q)} = -0{,}25e^{(1-0{,}25q)}$
On a donc :

$$\left(4qe^{(1-0{,}25q)}\right)' = u'(q) \times v(q) + u(q) \times v'(q)$$
$$\left(4qe^{(1-0{,}25q)}\right)' = 4 \times e^{(1-0{,}25q)} + 4q \times \left(-0{,}25e^{(1-0{,}25q)}\right)$$
$$\left(4qe^{(1-0{,}25q)}\right)' = 4e^{(1-0{,}25q)} + 4q \times -0{,}25e^{(1-0{,}25q)}$$
$$\left(4qe^{(1-0{,}25q)}\right)' = 4e^{(1-0{,}25q)} - q \times e^{(1-0{,}25q)}$$

En factorisant par $e^{(1-0{,}25q)}$, on obtient :

$$\boldsymbol{\left(4qe^{(1-0{,}25q)}\right)' = e^{(1-0{,}25q)}[4-q]}$$

On a enfin :

$$\boldsymbol{C'(q) = 0 + 0{,}5q + e^{(1-0{,}25q)}[4-q] = 0{,}5q + (4-q)e^{(1-0{,}25q)}}$$
$$\boldsymbol{C'(q) = 0{,}5q + (4-q)e^{(1-0{,}25q)} = C_m(q)}$$

L'expression $C(q) = 10 + 0{,}25q^2 + 4qe^{(1-0{,}25q)}$
est donc bien une primitive de $C_m(q)$

Dériver des produits :

Produit de fonction (signe ×):
Si $f(x) = u(x) \times v(x)$, alors
$f'(x) = u'(x) \times v(x) + u(x) \times v'(x)$

Rappel : Dériver des fonctions de base, c'est aller de gauche à droite :

Fonction f(x)	Dérivée f'(x)
Constante	0
x	1
x^2	**2x**
x^3	$3x^2$
x^n	nx^{n-1}
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2 \times \sqrt{x}}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
ln(x)	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x

Dérivation des fonctions composées :

Fonction f(x)	Dérivée f'(x)
u^n+ constante	$n \times u' \times u^{n-1}$
$\sqrt{u}$+ constante	$\frac{u'}{2 \times \sqrt{u}}$
$\frac{1}{u}$+ constante	$-\frac{u'}{u^2}$
ln(u) + constante	$\frac{u'}{u}$
e^u+ constante	$u' \times e^u$

3/ Déterminons la bénéfice total pour la vente de 15,3 tonnes de détergent :

Le bénéfice total est égal à la différence entre prix de vente total et le coût total.
On connait le prix de vente unitaire d'une tonne de détergent: $U(q) = 7$.
Le prix de vente total est donc de $U_T = CA = 15{,}3 \times 7 = 107{,}1$.
On vient de trouver la fonction coût total $C(q) = 10 + 0{,}25q^2 + 4qe^{(1-0{,}25q)}$.
Le coût total pour la production de 15,3 tonnes est donc $C(15{,}3) \approx 72{,}152$.
Le bénéfice total est donc de $B_T = 107{,}1 - 72{,}15 = 34{,}948$ soient 34948€.