Exercice 4 — 5 points

À l'aide d'une machine, un supermarché contrôle l'authenticité de 2 000 billets de banque. Les coupures de 20 € représentent 40 % de l'ensemble des billets contrôlés. On a détecté 5 fausses coupures. Les billets de 20 € représentent 60 % des fausses coupures.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant. Faire figurer le détail des calculs sur votre copie.

	Coupure de 10 €	Coupure de 20 €	Coupure de 50 €	Total
Billets falsifiés			2	
Billets authentiques	600			
Total				2 000

Dans les questions suivantes, les réponses seront données sous la forme d'une fraction irréductible.

Un billet est choisi au hasard parmi les 2 000 billets contrôlés.

On considère les évènements suivants :

F : « le billet choisi est falsifié » ;
C : « le billet choisi est une coupure de 50 € » ;
V : « le billet choisi est une coupure de 20 € ».

2. Définir par une phrase l'évènement $V \cap F$ et calculer $p(V \cap F)$.
3. Calculer la probabilité conditionnelle de F sachant C notée $p_C(F)$.
4. Calculer $p(F)$. Peut-on dire que les évènements F et C sont indépendants ? Justifier la réponse.

Exercice 4 — 5 points

Une eau minérale est dite « **magnésienne** » lorsqu'elle contient plus de 50 mg de magnésium par litre. Une usine produit de l'eau minérale qu'elle vend en bouteilles de 1 litre. L'eau provient de deux sources, notées « source A » et « source B ».
La « source A » fournit 70 % de la production totale des bouteilles d'eau et la « source B » le reste de cette production. Les contrôles de qualité ont montré que 20 % des bouteilles produites par la « source A » et 10 % des bouteilles produites par la « source B » ont un taux de magnésium qui dépasse 50 mg par litre.

On prélève au hasard une bouteille d'eau parmi la production totale de la journée. Toutes les bouteilles d'eau ont la même probabilité d'être prélevées.
On définit les évènements suivants :
A : « la bouteille d'eau provient de la source A »,
B : « la bouteille d'eau provient de la source B »,
M : « l'eau contenue dans la bouteille est magnésienne ».
Dans la suite, la probabilité d'un évènement X est notée $p(X)$.

1. Déduire des informations de l'énoncé les probabilités suivantes :
   a. $p(A)$, $p(B)$.
   b. La probabilité de M sachant A notée $p_A(M)$ et la probabilité de M sachant B notée $p_B(M)$.
2. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
3. **a.** Calculer la probabilité, $p(A \cap M)$, que la bouteille d'eau provienne de la « source A » et que son eau soit magnésienne.
   b. Calculer $p(B \cap M)$.
4. Montrer que $p(M) = 0,17$.
5. Calculer la probabilité que l'eau contenue dans une bouteille provienne de la « source A » sachant qu'elle est magnésienne. On arrondira le résultat au centième.

EXERCICE 1 **6 points**

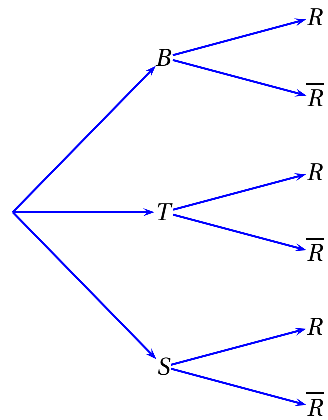
Un lac contient exclusivement trois sortes de poissons : 40 % des poissons sont des brochets, 25 % des poissons sont des truites et le reste est constitué de sandres.
50 % des brochets de ce lac sont de taille réglementaire ainsi que 60 % des truites et 45 % des sandres.
On pêche un poisson de ce lac : tous les poissons ont la même probabilité d'être pêchés.

On considère les évènements suivants :

- B : « le poisson pêché est un brochet » ;
- T : « le poisson pêché est une truite » ;
- S : « le poisson pêché est un sandre » ;
- R : « le poisson pêché est de taille réglementaire » ;
- $\overline{R}$: l'évènement contraire de R.

1. Décrire par une phrase l'évènement $\overline{R}$ puis l'évènement $T \cap R$.

2. Compléter l'arbre de probabilité fourni sur l'annexe I



Dans les questions suivantes, les résultats seront arrondis au centième.

3. **a.** Justifier que la probabilité que le poisson pêché soit un brochet de taille réglementaire est égale à $0,20$.

b. Calculer la probabilité que le poisson pêché soit un sandre de taille réglementaire,

c. Montrer que la probabilité que le poisson pêché soit de taille réglementaire est sensiblement égale à $0,51$.

d. En déduire $p\left(\overline{R}\right)$.

4. Sachant que le poisson pêché n'est pas de taille réglementaire, quelle est la probabilité que ce soit une truite ?

EXERCICE 2 **8 points**

Le tableau ci-dessous donne l'évolution des ventes d'appareils de chauffage au bois dans l'habit individuel en France entre 2001 et 2005.

Année	Rang x_i	Nombre d'appareils de chauffage au bois vendus en milliers y_i
2001	1	273
2002	2	292
2003	3	337
2004	4	360
2005	5	430

D'après Dossier de presse ADEME « L'éolien, une énergie en plein essor »novembre 2006

Partie A

1. Quel était le nombre d'appareils de chauffage au bois vendu en France en 2000 sachant qu'il a augmenté dc 5 % entre 2000 et 2001 ?
2. On construit un tableau d'indices en prenant comme base 100 l'année 2001
   a. Compléter l'extrait de feuille de calcul *On donnera des valeurs décimales arrondies au dixième.*

	A	B	C	D	E	F
1	Année	2001	2002	2003	2004	2005
2	Nombre d'appareils de chauffage au bois vendus	273	292	337	360	430
3	Indices	100				157,5

   b. Quelle formule, à recopier sur la plage D3 :F3, peut-on saisir dans la cellule C3 ?
3. Déterminer le taux d'évolution du nombre d'appareils de chauffage au bois vendu entre les années 2001 et 2005.
4. Calculer le taux d'évolution annuel moyen du nombre d'appareils de chauffage au bois entre 2001 et 2005.

Partie B

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

On considère le tableau ci-dessus. Le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ est donné dans l'annexe 2 On souhaite réaliser un ajustement affine.

1. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite D d'ajustement obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront donnés à 0,1 près.
2. À partir des calculs ci-dessus, on décide de réaliser un ajustement affine à l'aide de la droite D d'équation $y = 38x + 224$.
   Tracer la droite D sur le graphique de l'annexe 2.
3. En supposant que ce modèle reste valable pour 2006 et 2007, prévoir le nombre d'appareils de chauffage au bois vendus pour 2007. Justifier la réponse.

EXERCICE 3 **6 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Dans cet exercice, pour chaque question, trois réponses sont proposées, **une seule réponse est correcte**.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

Chaque bonne réponse rapporte 1 *point, chaque réponse incorrecte retire* 0,25 *point, une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point. Si le total des points est négatif la note attribuée à l'exercice est* 0.

Sur la copie, indiquer le numéro dc la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

On donne le tableau de variations d'une fonction f définie et dérivable sur $[-10\ ;\ 14]$.

Valeurs de x	-10		-3		5		14
Signe de $f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de f	2	↗	5	↘	-4	↗	-1

1. On a :

A) f positive sur $[5\ ;\ 14]$ B) f positive sur $[-10\ ;\ -3]$ C) f négative sur $[-10\ ;\ 5]$

2. On considère l'équation $f(x) = 0$. Sur l'intervalle $[-10\ ;\ 14]$

A) elle n'admet aucune solution B) elle admet une unique solution C) on ne peut pas répondre

3. On cherche à comparer $f(-1)$ et $f(1)$:

A) $f(-1) > f(1)$ B) $f(-1) < f(1)$ C) on ne peut pas répondre

4. La courbe représentative de la fonction f admet au point d'abscisse -3

A) une tangente horizontale B) une tangente dont le coefficient directeur est négatif C) une tangente dont le coefficient directeur est positif

5. Une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse -10 est :

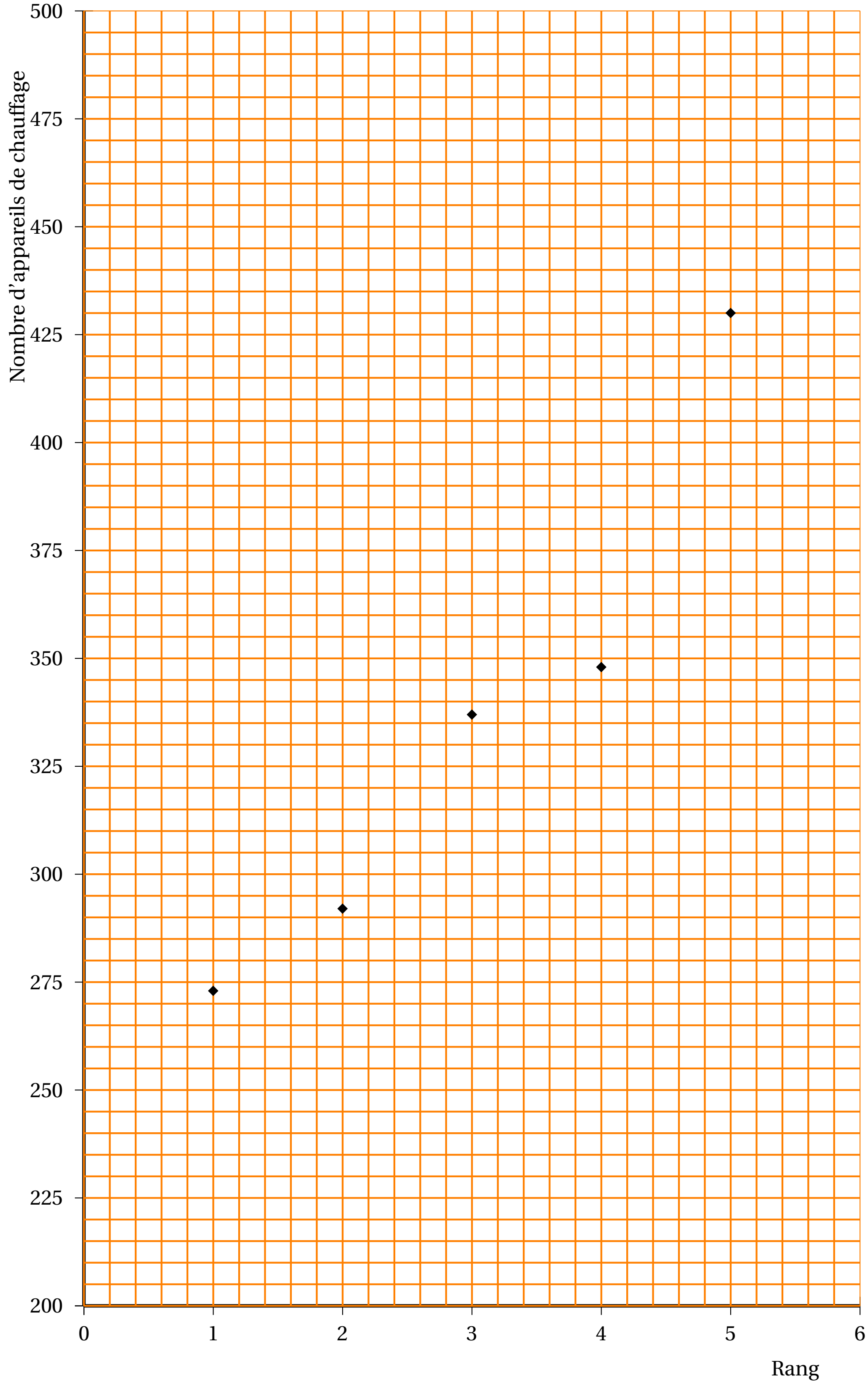
A) $y = -10x + 2$ B) $y = x + 2$ C) $y = x + 12$

6. Une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 5 est :

A) $y = -4$ B) $x = -4$ C) $y = 0$

Annexe 2
à rendre avec la copie

Exercice 2



Exercice 1 **5 points**

Pour chacune des quatre questions de ce QCM, une seule des trois propositions est exacte.

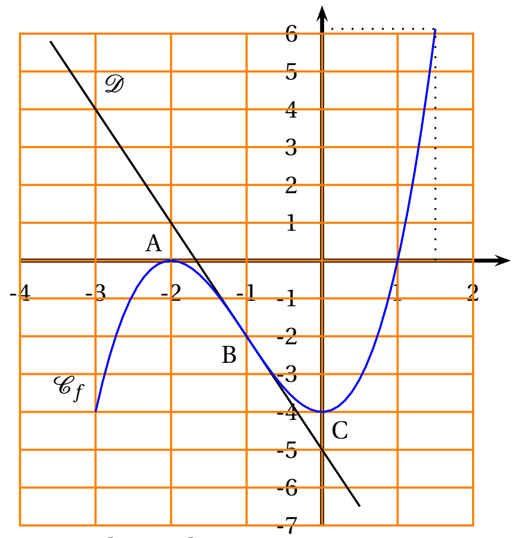
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte vaut 1 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,5 *point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points et négatif, la note de l'exercice est ramenée à* 0. On donne $\mathscr{C}_f$ la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $\left[-3\,;\,\dfrac{3}{2}\right]$.

$\mathscr{C}_f$ admet une tangente horizontale aux points A$(-2\ ;\ 0)$ et C$(0\,;\,-4)$.

$\mathscr{D}$ est la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point B$(-1\,;\,-2)$.

$\mathscr{D}$ passe par le point de coordonnées $(0\,;\,-5)$.



1. Le nombre de solutions sur l'intervalle $\left[-3\,;\,\dfrac{3}{2}\right]$ de l'équation $f(x) = 0$ est :

a. 1 **b.** 2 **c.** 3

2. Les solutions sur l'intervalle $\left[-3\,;\,\dfrac{3}{2}\right]$ de l'équation $f'(x) = 0$ sont :

a. -2 et 1 **b.** -2 et 0 **c.** -3 et 0.

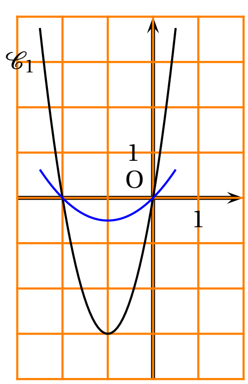
3. Le nombre dérivé $f'(-1)$ est égal à :

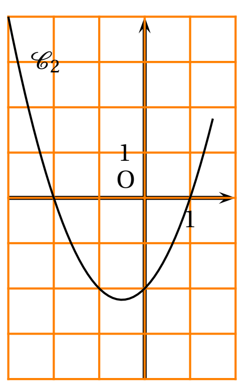
a. 1,5 **b.** -2 **c.** -3

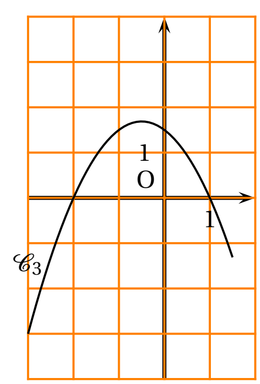
4. Une équation de la droite $\mathscr{D}$ est :

a. $y = -3x$ **b.** $y = -3x - 5$ **c.** $y = -2x - 5$.

5. La représentation graphique de la fonction dérivée f' de la fonction f est :







a. **b.** **c.**

EXERCICE 2 **7 points**

Le tableau ci-dessous donne le nombre d'habitants en Fance, exprimé en millions.

Année	1985	1990	1995	2000	2005
Nombre d'habitants (en millions)	56,6	58,2	59,4	60,8	62,8

(Source INSEE)

Partie A

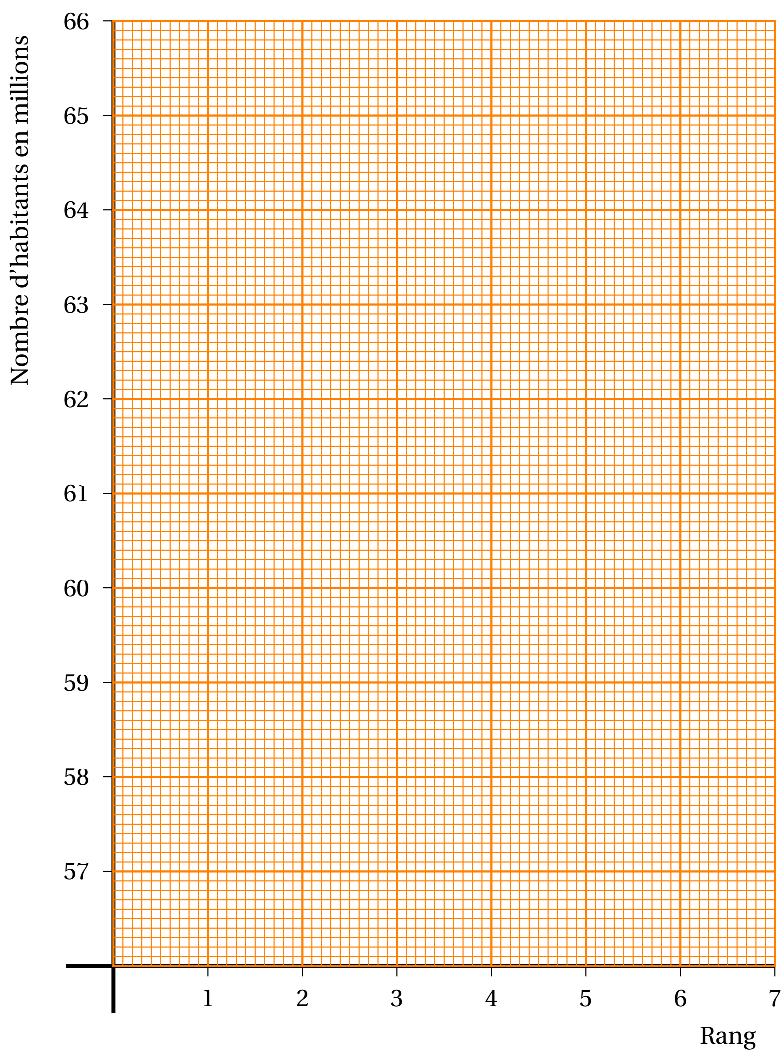
1. Calculer le taux d'évolution du nombre d'habitants de 1985 à 2005. Arrondir à 0,01 %
2. En déduire le taux moyen annuel entre 1985 et 2005. Arrondir à 0,01 %.
3. Calculer une estimation, en millions d'habitants, du nombre d'habitants eu 2010 si le taux moyen annuel après 2005 est de 0,5 %

Partie B

1. Construire le nuage dc points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé au tableau ci-dessous dans le repère orthogonal donné en annexe.

Année	1985	1990	1995	2000	2005
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
Nombre d'habitants (en millions)	56,6	58,2	59,4	60,8	62,8

2. On décide d'ajuster cette série statistique à deux variables par la méthode des moindres carrés.
   a. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite $\mathcal{D}$ de régression de y en x sous la forme $y = ax + b$, où a et b sont des nombres réels à déterminer à 10^{-1} près.
   Construire la droite $\mathcal{D}$ dans le repère donné en annexe.
   b. On suppose que l'évolution de la population active se poursuit selon le modèle donné par la droite d'ajustement obtenue à la question précédente. Déterminer graphiquement une estimation du nombre d'habitants en 2010.



EXERCICE 2 **7 points**

Dans cet exercice en particulier, toute trace de recherche ou d'initiative, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Ce tableau donne l'évolution de l'âge moyen au premier mariage en France métropolitaine :

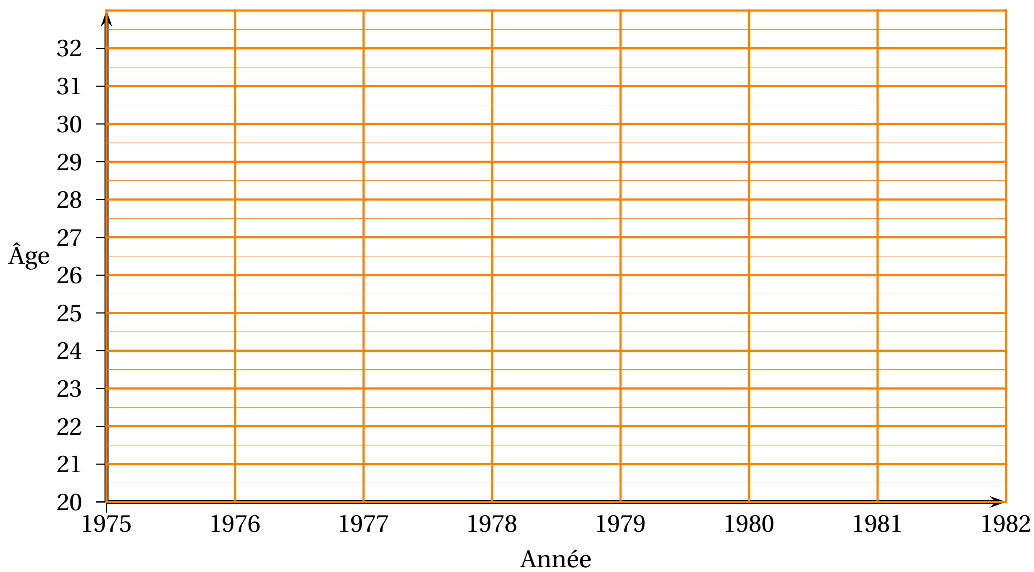
Année	1980	1985	1990	1995	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Hommes	25,1	26,3	27,6	28,9	30,2	30,2	30,4	30,6	30,8	31,1
Femmes	23	24,2	25,6	26,9	28	28,1	28,3	28,5	28,8	29,1

Source Insee, Bilan démographique 2006, Mariages et nuptialité

Lecture du tableau : en 2000, l'âge moyen des femmes à leur premier mariage était de 28 ans.

1. **Étude concernant les hommes**
   a. Représenter sur le graphique en annexe le nuage de points de la série concernant les hommes.

Exercice 2



   b. Déterminer à l'aide de la calculatrice, sans justification, une équation sous la forme $y = ax + b$ de la droite d'ajustement du nuage de points de la série concernant les hommes par la méthode des moindres carrés. On arrondira a et b à 10^{-2} près.

   c. Tracer cette droite sur le graphique.

   d. Par lecture graphique, donner une estimation de l'âge moyen des hommes au premier mariage en 2008, si la tendance actuelle se poursuivait jusque-là. Tracer les éléments permettant cette lecture.

EXERCICE 2 **6 points**

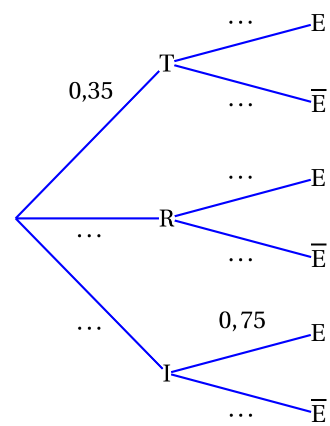
Un grand journal a fait réaliser en 2006 une enquête sur un échantillon représentatif de la population française des 18–34 ans.
35 % des personnes interrogées indiquent que leur principale source d'information est la télévision ; parmi elles, 40 % lisent aussi la presse écrite.

25 % des personnes interrogées indiquent que leur principale source d'information est la radio ; parmi elles, 60 % lisent aussi la presse écrite.
Les autres personnes interrogées indiquent que leur principale source d'information est l'Internet ; parmi elles, 75 % lisent aussi la presse écrite.

On choisit une personne au hasard dans l'échantillon et on note :
T l'évènement : « la personne a pour principale source d'information la télévision ».
R l'évènement : « la personne a pour principale source d'information la radio ».
I l'évènement : « la personne a pour principale source d'information l'Internet ».
E l'évènement : « la personne lit la presse écrite ».
Pour tout évènement A, on notera $\overline{A}$ l'évènement contraire et P(A) sa probabilité.

1. À l'aide des informations fournies par le texte, indiquer la valeur de la probabilité conditionnelle $P_T(E)$ puis calculer la probabilité conditionnelle $P_R\left(\overline{E}\right)$.

2. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :



3. **a.** Décrire à l'aide d'une phrase l'évènement $T \cap E$, puis démontrer que $P(T \cap E) = 0{,}14$.

b. Calculer la probabilité des évènements $R \cap E$ et $I \cap E$.
En déduire que $P(E) = 0{,}59$.

4. Calculer la probabilité conditionnelle $P_E(I)$, en donnant un résultat approché arrondi à 10^{-2} près.
Les évènements E et I sont-ils indépendants ? Justifier sa réponse.

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque question une seule des trois réponses proposées est correcte.
Relever sur la copie le numéro de la question ainsi que la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse juste rapporte 1 *point ; une réponse fausse enlève* 0,25 *point et l'absence de réponse n'enlève ni ne rapporte de point. Si le total des points est négatif alors la note attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.

Parmi les joueurs d'échecs inscrits à un tournoi, l'un des joueurs est surnommé « le favori ».
Sur la base des résultats passés, on admet que la probabilité que « le favori » gagne un match contre l'un quelconque des joueurs du tournoi est égale à 0,9. On suppose que les résultats des matches successifs du tournoi sont indépendants et que lorsqu'un joueur perd un match, il est éliminé du tournoi.

1. La probabilité que « le favori » perde son premier match est égale à :

a. 0,50 **b.** 0,10 **c.** 0,01.

2. La probabilité que « le favori » gagne ses deux premiers matches est égale à :

a. 0,50 **b.** 0,81 **c.** 0,90.

3. Sachant que « le favori » a gagné son premier match, la probabilité qu'il gagne le match suivant est égale à :

a. 0,50 **b.** 0,81 **c.** 0,90.

4. La probabilité que « le favori » ne joue qu'un ou deux match est égale à :

a. 0,19 **b.** 0,20 **c.** 0,09.

EXERCICE 3 **5 points**

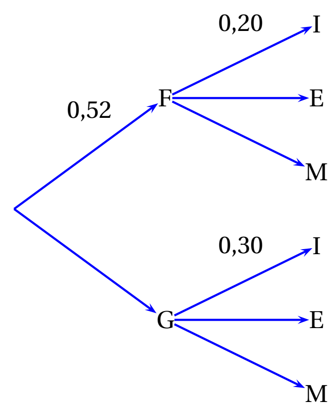
Dans la liste des candidats devant passer une épreuve de mathématiques du baccalauréat STG, on compte 52 % de filles.
Les filles se répartissent de la manière suivante : 20 % sont en spécialité Gestion des Systèmes d'Information (GSI), 45 % en spécialité Comptabilité et Finance des Entreprises (CFE) et les autres en spécialité Mercatique.
En ce qui concerne les candidats garçons, 30 % sont en spécialité GSI, 45 % en spécialité CFE et 25 % en spécialité Mercatique.

On choisit au hasard un nom dans la liste des candidats. On note :
F l'évènement « le nom choisi est celui d'une fille » ;
G l'évènement « le nom choisi est celui d'un garçon » ;

I l'évènement « le nom choisi est celui d'un candidat inscrit en spécialité GSI » :
E l'évènement « le nom choisi est celui d'un candidat inscrit en spécialité CFE » :
M l'évènement « le nom choisi est celui d'un candidat inscrit en spécialité Mercatique ».

Les probabilités demandées seront arrondies au millième.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.



a. Montrer que la probabilité de l'évènement I est égale à 0,248.

b. Les évènements F et I sont-ils indépendants ?

2. Déterminer $P_{\text{I}}(\text{F})$, la probabilité, sachant l, de l'évènement F.

3. *Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Montrer que les évènements F et E sont indépendants.

EXERCICE 2 **8 points**

Une entreprise fabriquant des montures de lunettes veut créer un nouveau modèle. Pour choisir les matériaux à utiliser, elle mène une enquête auprès de porteurs de lunettes, en proposant dix prix différents. Les résultats sont reportés dans le tableau suivant :

Prix de vente proposé pour la monture (en €) : x_i	240	320	400	480	560	640	720	800
Nombre de personnes disposées à acheter à ce prix : y_i	402	390	340	230	210	130	70	60

1. Représenter graphiquement le nuage de points $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère, sur du papier millimétré.

   On prendra pour unités : 1 cm pour 50 € sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 50 personnes sur l'axe des ordonnées.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points.
3. On donne le point A de coordonnées (260 ; 409). Placer les points A et G sur le graphique, puis tracer la droite (AG).
4. On admet que la droite (AG) constitue un ajustement convenable du nuage de points précédent. Vérifier que la droite (AG) a pour équation : $y = -\frac{9}{13}x + 589$.

   Pour la suite, on utilisera : $y = -0,7x + 589$, le coefficient de x étant arrondi au dixième.
5. En utilisant l'ajustement précédent, calculer une estimation du nombre de montures vendues en proposant un prix de vente de 500 euros.

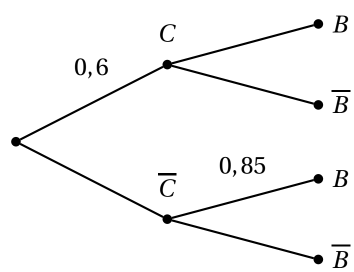
EXERCICE 3 **4 points**

Un camping d'une station touristique possède une piscine. Celle-ci est fréquentée par des locataires du camping et par des visiteurs extérieurs au camping. Le propriétaire se demande s'il a intérêt à construire une buvette à côté de la piscine et établit un questionnaire à l'intention des baigneurs.

60 % des questionnaires remplis l'ont été par des baigneurs logeant au camping et, parmi ceux là, 40 % d'entre eux proviennent de baigneurs ayant l'intention de fréquenter la buvette.
85 % des questionnaires remplis par des baigneurs ne logeant pas au camping proviennent, de baigneurs ayant l'intention de fréquente la buvette.
Le propriétaire du camping tire un questionnaire au hasard. On admet que tous les questionnaires ont la même probabilité d'être choisis.

On note C l'évènement « le questionnaire tiré est celui d'un baigneur logeant, au camping » et $\overline{C}$ son évènement contraire.
On note B l'évènement : « le questionnaire tiré est celui d'un baigneur ayant l'intention de fréquenter la buvette » et $\overline{B}$ son évènement contraire.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



2.
   a. Définir l'évènement $C \cap B$ et calculer sa probabilité.
   b. Calculer la probabilité de l'évènement $\overline{C} \cap B$.
   c. Calculer la probabilité de l'évènement B.