

## DEVOIR SURVEILLE DE MATHÉMATIQUES N°3

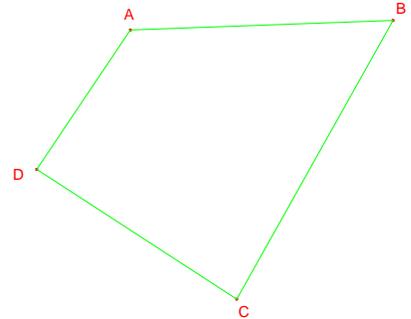
### Barycentres dans le plan

Durée 2 heures - Calculatrice autorisée

#### Exercice 1 : (4 points)

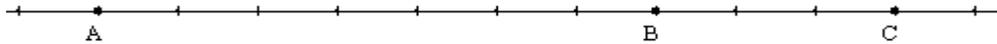
$A, B, C$  et  $D$  sont les sommets d'un quadrilatère.

Construire ci-contre, en justifiant, le barycentre  $G$  des points pondérés  $(A,1),(B,-1),(C,1),(D,2)$ .



#### Exercice 2 : (2 points)

Les points  $A, B$  et  $C$  sont placés comme ci-dessous :



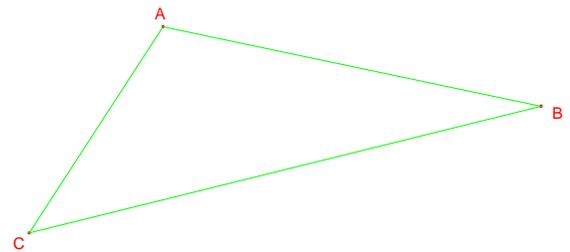
Dans chacun des cas suivants, déterminer des réels  $x$  et  $y$  tels que :

- $C$  soit le barycentre de  $(A, x)$  et  $(B, y)$
- $B$  soit le barycentre de  $(A, x)$  et  $(C, y)$

#### Exercice 3 : (10 points)

Soit  $ABC$  un triangle quelconque .

- 1) Construire, en justifiant, :  
le point  $D$  barycentre de  $(A; 1)$  et  $(B; 2)$ ,  
le point  $E$  barycentre de  $(A; 1)$  et  $(C; 3)$ .
- 2) Soit  $G$  le barycentre de  $(A; 1), (B; 2), (C; 3)$   
Montrer que  $G$  est le point d'intersection des droites  $(CD)$  et  $(BE)$ .  
Placer le point  $G$  sur la figure.



- 3) Soit le point  $F$  tel que  $\overrightarrow{BF} = 3\overrightarrow{BC}$   
Déterminer  $a$  pour que  $F$  soit le barycentre de  $(B; 2), (C; a)$ .
- 4)  $M$  étant un point quelconque du plan, simplifier :  
Calculer :  $4\overrightarrow{ME} - 3\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MF}$   
En déduire que les points  $D, E$  et  $F$  sont alignés .

**Exercice 4 :** (8 points)

Soit  $ABCD$  un carré de côté 4 cm.

- 1) a- Déterminer l'ensemble  $(L)$  des points  $M$  du plan tel que :  $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\|$   
b- Construire, en justifiant,  $(L)$ .
- 2) a- Déterminer l'ensemble  $(F)$  des points  $M$  du plan tels que :  $\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MC}\|$   
b- Construire, en justifiant et sur la même figure,  $(F)$ .

**Exercice 5 :** (9 points)

Soit  $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$  un repère orthonormé du plan. Soit  $A, B, C$  et  $D$  les points de coordonnées respectives  $(3 ; 3), (-1 ; -1), (-2 ; -3)$  et  $(3 ; -3)$ .

1. Déterminer les coordonnées du point  $E$  tel que  $BCDE$  soit un parallélogramme.
2. Déterminer les coordonnées du barycentre  $G$  de  $\{(A ; 2), (B ; 1), (C ; 1), (D ; 1), (E ; 1)\}$ .
4. Soit  $L$  le centre du parallélogramme  $BCDE$ . Démontrer que les points  $A, G$  et  $L$  sont alignés.
3. a) Démontrer que  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .  
b) Que représente le point  $G$  pour le triangle  $ABD$  ?
4. Soit  $I$  le milieu de  $[BC]$  et  $J$  le milieu de  $[DE]$ .  
Montrer que  $G$  est l'isobarycentre du triangle  $AIJ$ .

**Exercice 6 :** (7 points)

Une plaque homogène est formée de 2 rectangles identiques de longueur 8 cm et de largeur  $x$  cm, et d'un triangle équilatéral  $ABC$  de côté 12 cm, comme l'indique la figure (non à l'échelle).

Calculer  $x$  pour que le centre d'inertie de la plaque soit le milieu  $G$  de  $[AB]$ .

