

DEVOIR SURVEILLE DE MATHÉMATIQUES N°3

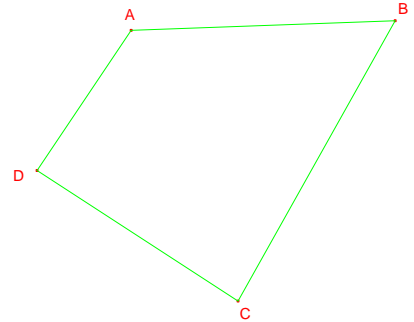
Barycentres dans le plan

Durée 2 heures - Calculatrice autorisée

Exercice 1 : (4 points)

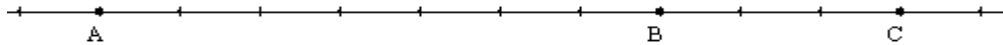
A, B, C et D sont les sommets d'un quadrilatère.

Construire ci-contre, en justifiant, le barycentre G des points pondérés $(A,1),(B,-1),(C,1),(D,2)$.



Exercice 2 : (2 points)

Les points A, B et C sont placés comme ci-dessous :



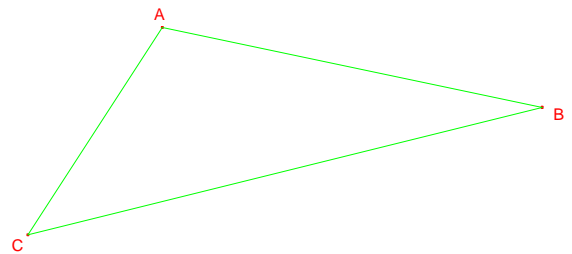
Dans chacun des cas suivants, déterminer des réels x et y tels que :

- C soit le barycentre de (A, x) et (B, y)
- B soit le barycentre de (A, x) et (C, y)

Exercice 3 : (10 points)

Soit ABC un triangle quelconque .

- 1) Construire, en justifiant, :
le point D barycentre de $(A; 1)$ et $(B; 2)$,
le point E barycentre de $(A; 1)$ et $(C; 3)$.
- 2) Soit G le barycentre de $(A; 1), (B; 2), (C; 3)$
Montrer que G est le point d'intersection des droites (CD) et (BE) .
Placer le point G sur la figure.



- 3) Soit le point F tel que $\overrightarrow{BF} = 3\overrightarrow{BC}$
Déterminer a pour que F soit le barycentre de $(B; 2), (C; a)$.
- 4) M étant un point quelconque du plan, simplifier :
Calculer : $4\overrightarrow{ME} - 3\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MF}$
En déduire que les points D, E et F sont alignés .

Exercice 4 : (8 points)

Soit $ABCD$ un carré de côté 4 cm.

- 1) a- Déterminer l'ensemble (L) des points M du plan tel que : $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\|$
b- Construire, en justifiant, (L) .
- 2) a- Déterminer l'ensemble (F) des points M du plan tels que : $\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MC}\|$
b- Construire, en justifiant et sur la même figure, (F) .

Exercice 5 : (9 points)

Soit $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ un repère orthonormé du plan. Soit A, B, C et D les points de coordonnées respectives $(3 ; 3), (-1 ; -1), (-2 ; -3)$ et $(3 ; -3)$.

1. Déterminer les coordonnées du point E tel que $BCDE$ soit un parallélogramme.
2. Déterminer les coordonnées du barycentre G de $\{(A ; 2), (B ; 1), (C ; 1), (D ; 1), (E ; 1)\}$.
4. Soit L le centre du parallélogramme $BCDE$. Démontrer que les points A, G et L sont alignés.
3. a) Démontrer que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.
b) Que représente le point G pour le triangle ABD ?
4. Soit I le milieu de $[BC]$ et J le milieu de $[DE]$.
Montrer que G est l'isobarycentre du triangle AIJ .

Exercice 6 : (7 points)

Une plaque homogène est formée de 2 rectangles identiques de longueur 8 cm et de largeur x cm, et d'un triangle équilatéral ABC de côté 12 cm, comme l'indique la figure (non à l'échelle).

Calculer x pour que le centre d'inertie de la plaque soit le milieu G de $[AB]$.

