Lycée Jacques Amyot **Année 2019-2020**
2^{nde} 8 **Devoir**

Équations de droites

▷ **Exercice 1.** Pour chaque question, cocher la bonne réponse.

		Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**
①	La droite $(d) : y = -2x+1$ coupe l'axe des ordonnées au point :	❐ A(0 ; −2)	☑ B(0 ; 1)	❐ C(1 ; 0)
②	La droite $(d) : 2x-3y+1=0$ a pour vecteur directeur :	❐ $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$	❐ $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$	☑ $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$
③	La droite $(d) : y=2x+1$ a pour vecteur directeur :	❐ $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$	☑ $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$	❐ $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$
④	Soit $(d) : 5x+2y-4=0$. Quel point appartient à (d) ?	❐ A(2 ; 3)	☑ B(6 ; −13)	❐ C(0 ; −2)
⑤	Le coefficient directeur de la droite passant par A(5 ; 1) et B(1 ; 9) est	☑ $m=-2$	❐ $m=\frac{1}{2}$	❐ $m=-\frac{1}{2}$
⑥	Les droites $(d) : y=-3x+6$ et $(d') : y=-3x+4$ sont :	❐ sécantes en I(6 ; 4)	❐ confondues	☑ strictement parallèles
⑦	Les droites $(d) : 2x-4y-1=0$ et $(d') : -3x+5y+7=0$ sont :	☑ sécantes	❐ confondues	❐ strictement parallèles
⑧	Le point d'intersection des droites $(d) : y=2x+1$ et $(d') : y=-4x+7$ sont sécantes en	❐ I(−7 ; 2)	❐ I(1 ; −3)	☑ I(1 ; 3)
⑨	L'équation $x=5$	❐ est celle d'une droite parallèle à l'axe des abscisses	☑ est celle d'une droite parallèle à l'axe des ordonnées	❐ n'est pas celle d'une droite
⑩	La droite $(d) : y=x$ et la courbe représentative de la fonction carré ...	☑ se coupent en deux points	❐ ne coupent en un seul point	❐ ne se coupent pas

Quelques explications sur les réponses de l'exercice 1 :

1. Pour $x = 0$, $y = -2 \times 0 + 1 = 1$ donc le point B(0 ; 1) appartient à l'axe des ordonnées et à (d).

2. Un vecteur directeur d'une droite d'équation $ax + by + c = 0$ est $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ donc ici $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$.

3. Un vecteur directeur d'une droite d'équation $y = mx + p$ est $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\m\end{pmatrix}$ donc ici $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$. Le vecteur $\vec{u} = 2\vec{v}$ est un autre vecteur directeur donc $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$...

4. Pour $x = 6$ et $y = -13$, $5x + 2y - 4 = 5 \times 6 + 2 \times (-13) - 4 = 30 - 26 - 4 = 0$ donc B(6 ; −13) appartient à (d).

5. $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{9-1}{1-5} = \dfrac{8}{-4} = -2$

6. (d) et (d') ont le même coefficient directeur $m = -3$ donc elles sont parallèles. Comme elles n'ont pas la même ordonnée à l'origine, elles sont donc strictement parallèles.

7. $ab' - a'b = 2 \times 5 - (-3) \times (-4) = -2 \neq 0$ donc (d) et (d') sont sécantes.

8. $2x + 1 = -4x + 7 \iff x = 1$ et on alors $y = 2 \times 1 + 1 = 3 \ldots$

9. C'est le cours...

10. $x^2 = x \iff x^2 - x = 0 \iff x(x-1) = 0 \iff x = 0$ ou $x = 1 \ldots$

▷ **Exercice 2.** Dans le repère ci-dessous, on a tracé quatre droites (d_1), (d_2), (d_3) et (d_4).

1. Sans justification, donner une équation de chacune d'elles :

   - $(d_1) : y = -3x + 2$
   - $(d_2) : y = 2x - 1$
   - $(d_3) : y = -3$
   - $(d_4) : x = 4$

2. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de (d_1) : $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$

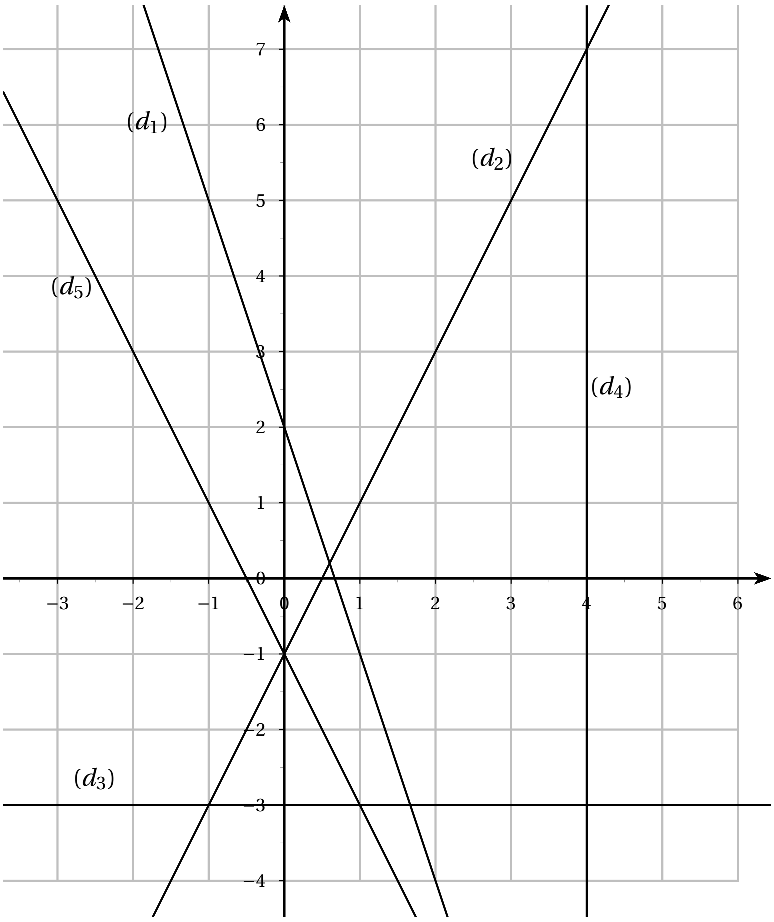
3. Déterminer **par le calcul** les coordonnées du point d'intersection des droites (d_1) et (d_2).

   Les coordonnées du point d'intersection vérifient $\begin{cases} y = -3x + 1 \\ y = 2x - 1 \end{cases} \implies -3x + 2 = 2x - 1 \iff x = \dfrac{3}{5}$ donc $y = 2 \times \dfrac{3}{5} - 1 = \dfrac{1}{5}$ soit $I\left(\dfrac{3}{5} ; \dfrac{1}{5}\right)$.

4. Dans le même repère, construire la droite (d_5) d'équation $y = -2x - 1$

On peut utiliser le coefficient directeur ($m = -2$) et l'ordonnée à l'origine ($p = -1$) ou bien chercher les coordonnées de deux points :

x	0	−2
y	−1	3



▷ **Exercice 3.** Dans un repère du plan on considère la droite (Δ) d'équation $2x - 3y + 1 = 0$.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d), parallèle à (Δ) passant par le point B$(-3\,;\,-2)$.

$(d)//(\Delta)$ donc $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ qui est un vecteur directeur de (Δ) est aussi un vecteur directeur de (d).

Une équation cartésienne de (d) est donc de la forme $2x-3y+c=0$.

Mais B$(-3\,;\,-2)\in(d) \iff 2\times(-3)-3\times(-2)+c=0 \iff c=0$. En conclusion, $(d): 2x-3y=0$.

2. La droite (d') a pour équation réduite $y=\dfrac{2}{3}x+7$. (d') est-elle parallèle à (Δ) ?

Un vecteur directeur de (d') est $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\\frac{2}{3}\end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (Δ).

$d=xy'-x'y=1\times2-\dfrac{2}{3}\times3=0$ donc les vecteurs sont colinéaires et les droites (d') et (Δ) sont parallèles.

▷ **Exercice 4.** Soit $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ un repère orthonormé du plan. On considère les points A$(3;3)$, B$(0;-3)$, C$(-4;4)$ et D$(4;0)$.

Dans tout l'exercice, on pourra s'aider d'une figure.

1. Déterminer par le calcul une équation cartésienne de la droite (AB).

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\-6\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (AB). Soit M$(x\,;\,y)$ un point du plan.

$$\begin{aligned}
\text{M}(x\,;\,y)\in(\text{AB}) &\iff \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\-6\end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-3\\y-3\end{pmatrix} \text{ sont colinéaires}\\
&\iff -3(y-3)-(-6)(x-3)=0\\
&\iff -3y+9+6x-18=0\\
&\iff 6x-3y-9=0\\
&\iff 2x-y-3=0 \quad \text{en divisant les deux membres par 3}
\end{aligned}$$

Une équation cartésienne de (AB) est donc $2x-y-3=0$.

2. Déterminer par le calcul une équation cartésienne de la droite (CD).

$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}8\\-4\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (CD).

Une équation cartésienne de (CD) est donc de la forme $-4x-8y+c=0$

C$(-4\,;\,4)\in(\text{CD}) \iff -4\times(-4)-8\times4+c=0 \iff c=16$

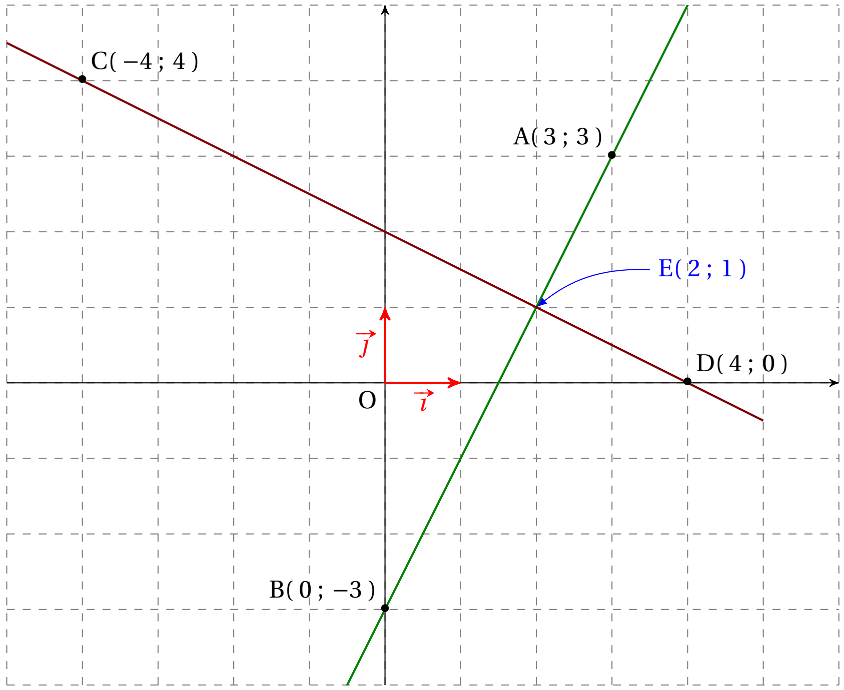
Une équation cartésienne de (CD) est donc $-4x-8y+16=0$ ou encore $x+2y-4=0$ en divisant les deux membre par -4.

3. Justifier que les droites (AB) et (CD) sont sécantes et déterminer par le calcul les coordonnées de leur point d'intersection E.

On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\-6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}8\\-4\end{pmatrix}$: $xy'-x'y=-3\times(-4)-(-6)\times8=60\neq0$ donc les vecteurs ne sont pas colinéaires donc les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles. Les coordonnées de leur point d'intersection E$(x\,;\,y)$ vérifient le système :

$$\begin{cases}2x-y-3=0\\x+2y-4=0\end{cases} \iff \begin{cases}y=2x-3\\x+2(2x-3)-4=0\end{cases} \iff \begin{cases}y=2x-3\\5x-10=0\end{cases} \iff \begin{cases}y=2\times2-3=1\\x=2\end{cases} \quad \text{donc E}(2\,;\,1).$$

4. Quelle est la nature du triangle EBC ? Justifier.



D'après le graphique, on peut penser que le triangle EBC est rectangle en E. On peut le vérifier à l'aide du théorème de Pythagore :

$\begin{cases} \text{EB} = \sqrt{(x_\text{B} - x_\text{E})^2 + (y_\text{B} - y_\text{E})^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} \\ \text{EC} = \sqrt{(x_\text{C} - x_\text{E})^2 + (y_\text{C} - y_\text{E})^2} = \sqrt{(-6)^2 + 3^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45} \end{cases}$ d'où $\text{EB}^2 + \text{EC}^2 = 20 + 45 = 65$

$\text{BC} = \sqrt{(x_\text{C} - x_\text{B})^2 + (y_\text{C} - y_\text{B})^2} = \sqrt{(-4)^2 + 7^2} = \sqrt{16+49} = \sqrt{65}$ donc on a $\text{EB}^2 + \text{EC}^2 = \text{BC}^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, EBC est rectangle en E.