Correction du Brevet Blanc Mai 2016

Exercice 1 :

1.a.

$$V_{tête}=\frac{4}{3}\times\pi\times R^3$$
$$V_{tête}=\frac{4}{3}\times\pi\times 3^3$$
$$V_{tête}=\frac{4}{3}\times\pi\times 27$$
$$V_{tête}=36\,\pi\,cm^3$$

1.b.

$$V_{corps}=2^3\times V_{tête}$$
$$V_{corps}=8\times 36\pi$$
$$V_{corps}=288\,\pi\,cm^3$$

mais il faut accepter :

$$V_{tête}=\frac{4}{3}\times\pi\times R^3$$
$$V_{tête}=\frac{4}{3}\times\pi\times 6^3$$
$$V_{tête}=\frac{4}{3}\times\pi\times 216$$
$$V_{tête}=288\,\pi\,cm^3$$

2.a.

La section de la boule par un plan situé à 2 cm de son centre est un disque.
Calcul de son rayon :
On obtient un triangle rectangle formé par le centre de la boule, le centre du disque de section est un point du contour de la section dont l'angle droit est situé au centre du disque. Donc d'après l'égalité de Pythagore, on a :

$$3^2=2^2+r^2$$
$$9=4+r^2$$
$$r^2=5$$
$$r=\sqrt{5}\,cm$$

D'où l'aire :

$$Aire=\pi\times r^2$$
$$Aire=\pi\times 5$$
$$Aire=5\,\pi\,cm^2$$
$$Aire\approx 16\,cm^2$$

Exercice 2 :

1.Quelles sont les catégories d'exploitations qui ont vu leur nombre augmenter entre 2000 et 2010 ?

Les catégories d'exploitations qui ont vu leur nombre augmenter entre 2000 et 2010 sont celles <u>comprises entre 100 et 200 ha</u> <u>et celles supérieures à 200 ha</u>.

2. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B8 pour obtenir le nombre total d'exploitations agricoles en 2 000 ?

La formule a saisir dans la cellule B8 pour obtenir le nombre total d'exploitations agricoles en 2 000 est :

= B3 + B4 + B5 + B6 + B7 ou = SOM M E(B3 : B7)

3. Si on étire cette formule, quel résultat s'affiche dans la cellule C8 ?

Si on étire cette formule, le résultat affiché dans la cellule C8 sera le nombre total d'exploitations agricoles en 2 010 soit :

235 + 88 + 98 + 73 + 21 = 515

4. Peut-on dire qu'entre 2000 et 2010 le nombre d'exploitations de plus de 200 ha a augmenté de 40 % ? Justifier.

• Méthode 1 : On calcule l'augmentation en pourcentage (par rapport à la valeur initiale). Entre 2000 et 2010 le nombre d'exploitations de plus de 200 ha a augmenté de :21 − 15 = 6

Ce qui représente une bien augmentation de : $\frac{6}{15}=0{,}4=+40\,\%$

• Méthode 2 : On applique une augmentation de 40%.

On pouvait aussi calculer le nombre d'exploitations après une augmentation de 40% des 15 exploitations de 2 000. On obtenait alors :

$$15\times(1+\frac{40}{100})=15\times1{,}4=21$$

On retrouve bien le nombre d'exploitations de 2 010.

On peut donc dire qu'entre 2000 et 2010 le nombre d'exploitations de plus de 200 ha a augmenté de 40 % .

Exercice 3 :
Un confiseur veut remplir 50 boîtes. Chaque boîte contient 10 bonbons au chocolat et 8 bonbons au caramel.

1. Combien doit-il fabriquer de bonbons de chaque sorte ?

Pour fabriquer 50 boîtes contenant chacune 10 bonbons au chocolat et 8 au caramel, il doit donc fabriquer :

50 × 10 = <u>500 bonbons au chocolat</u> et 50 × 8 = <u>400 bonbons au caramel</u> .

2. Jules prend au hasard un bonbon dans une boîte. Quelle est la probabilité qu'il obtienne un bonbon au chocolat ?

On suppose qu'il y a équiprobabilité des tirages. Dans ce cas, puisqu'il y a 10 bonbons au chocolat dans une boite contenant 18 bonbons en tout, la probabilité qu'il obtienne un bonbon au chocolat est de :

$$p=\frac{10}{18}=\frac{5}{9}\approx0{,}56$$

3. Jim ouvre une autre boîte et mange un bonbon. Gourmand, il en prend sans regarder un deuxième. Est-il plus probable qu'il prenne alors un bonbon au chocolat ou un bonbon au caramel ?

Il y a deux possibilités, soit Jim a mangé un bonbon au chocolat lors de son premier tirage, soit un au caramel. Il reste alors 18 − 1 = 17 bonbons dans la boîte.

• <u>Si c'est un bonbon au chocolat</u>, il reste 9 chocolats et 8 caramels, il y a plus de bonbons au chocolat donc il est plus probable qu'il prenne un bonbon au chocolat (9 chances sur 17) soit

$$\frac{9}{17}\approx0{,}53>0{,}5$$

• <u>Si c'est un bonbon au caramel</u>, il reste 10 chocolats et 7 caramels, il y a plus de bonbons au chocolat donc il est plus probable qu'il prenne un bonbon au chocolat (10 chances sur 17) soit

$$\frac{10}{17}\approx0{,}59>0{,}5$$

Dans tous les cas, il est plus probable qu'il prenne alors <u>un bonbon au chocolat</u>.

4. Lors de la fabrication le confiseur a 473 bonbons au chocolat et 387 bonbons au caramel.

4. a. Peut-il encore constituer des boîtes contenant 10 bonbons au chocolat et 8 au caramel en utilisant tous les bonbons ?

$473 = 10 \times 47 + 3 \, avec \, 3 \neq 0$

Donc 473 n'est pas divisible par 10. Il ne peut donc pas constituer des boîtes contenant 10 bonbons au chocolat en utilisant tous les bonbons.

4. b. Le confiseur décide de changer la composition de ses boîtes. Son objectif est de faire le plus de boîtes identiques possibles en utilisant tous ses bonbons. Combien peut-il faire de boîtes ? Quelle est la composition de chaque boîte ?

• Analyse du problème : Pour qu'il ne reste pas de bonbons, le nombre de boites doit être un diviseur commun de 473 et 387. Or on cherche le plus grand possible, donc ce doit être le PGCD des entiers 473 et 387.

• Calcul du PGCD. Calculons par l'algorithme d'EUCLIDE le PGCD des nombres 473 et 387.

Par divisions euclidiennes successives on obtient :

$473 = 387 \times 1 + 86$

$387 = 86 \times 4 + 43$

$86 = 43 \times 2 + 0$

Le PGCD des nombres 473 et 387 est le dernier reste non nul du procédé, c'est-à-dire 43.

PGCD (473 ; 387) = 43

• Composition de chaque boîte. Puisque $473 \div 43 = 11$ et $387 \div 43 = 9$

Il y aura dans chaque boîte 11 bonbons au chocolat et 9 au caramel.

Exercice 4 :

1. Il n'y a pas lien particulier entre l'âge de quelqu'un et son poids.
   Réponse C : on ne peut pas savoir
2. On appelle ℓ la largeur du rectangle. Donc $24=2(\ell+8)$ soit $12 = \ell + 8$ et donc $\ell = 4$.
   Réponse B
3. Il y a 3 réponses possibles équiprobables. Une seule des réponses est bonne. La probabilité de choisir la bonne réponse est donc de 13.
   Réponse A
4. Le volume de la boule est $V=43\pi\times33\approx113$ cm3.
   Réponse A
5. L'équation $(x+1)(5x-10)= 0$ est une équation produit.
   Un produit de facteurs est nul si, et seulement si, un de ses facteurs est nul.
   Donc $x+1=0$ ou $5x-10=0$ soit $x=-1$ ou $x=2$.
   Réponse C

Exercice 5 :

1. Vérifier que la longueur du parcours est de 21 kilomètres.

La longueur total du parcours est, avec les données présentes :

$$L = AB + BD + DE + EF$$

$$L = 6 \text{ km} + BD + DE + 0,750 \text{ km}$$

$$L = 6,750 \text{ km} + BD + DE$$

- Calcul de BD.

Le point D appartient au segment [DG] donc $BD = BG - DG = BG - 7$

De plus ABCH et ABGF sont des rectangles donc ABGF est aussi un rectangle et de ce fait :

$$BG = AF = 12,5 \text{ km}$$

Soit $BD = 12,5 - 7 = 5,5 \text{ km}$

- Calcul de DE.

Deux méthodes : Thalès dans le triangle CGF avec (DE)//(CF) ou Pythagore dans le triangle DGE rectangle en G .

– Calculs préalables.

Puisque le quadrilatère ABGF est un rectangle, on a :

$$GF = AB = \underline{6 \text{ km}}$$

Puisque le point E appartient au segment [GF] on a :

$$GE = GF - EF = 6 - 0,750 = 5,250 \text{ km}$$

– Avec Thalès.

∗ Données :

Les points G, D,C et G, E,F sont alignés sur deux droites sécantes en G; ❑ Les droites (DE) et (CF) sont parallèles .

∗ Le théorème

Donc d'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{GD}{GC} = \frac{EG}{GF} = \frac{DE}{CF}$$

$$\frac{7}{GC} = \frac{5{,}250}{6} = \frac{DE}{10}$$

$$\frac{5{,}250}{6} = \frac{DE}{10}$$

$$DE = \frac{10 \times 5{,}250}{6}$$

$$DE = 8{,}75\,km$$

– Avec Pythagore.

Dans le triangle GDE rectangle en G, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$DE^2 = GD^2 + GE^2$$

$$DE^2 = 7^2 + 5{,}250^2$$

$$DE^2 = 49 + 27{,}5625$$

$$DE^2 = 76{,}5625$$

Or DE est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$DE = \sqrt{76,5625}$$
$$DE = 8,75\,km$$

La longueur total du parcours est donc :

$$L = 6,750 \text{ km} + BD + DE$$

$$L = 6,750 \text{ km} + 5,5 \text{ km} + 8,75 \text{ km}$$

$$L = 21 \text{ km}$$

2. Le pilote doit-il avoir confiance en l'inspecteur G ? Justifier votre réponse.

On va calculer le carburant nécessaire à l'aide d'une simple proportionnalité. Le pilote affirme que la consommation de l'héli-coptère est de 1,1 L par kilomètre, pour parcourir les 21 km il faudra alors :

$$21 \times 1,1 \text{ L} = 23,1 \text{ L}$$

Le pilote ne doit donc pas avoir confiance en l'inspecteur G qui suggérait de ne prendre que 20 L de carburant.

Exercice 6 :

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier en utilisant soit le graphique soit des calculs. 1. En développant et en réduisant l'expression de H on obtient $H(T) = -5T^2 - 19,85T - 4,995$

• Par le calcul.

$h(t) = (-5t - 1,35)(t - 3,7)$

$$= -5t^2 + 5t \times 3,7 - 1,3t + 1,35 \times 3,7$$

$$= -5t^2 + 18,5t - 1,35t + 4,995$$

$$h(t) = -5t^2 + 17,15t + 4,955$$

L'affirmation <u>1 est donc fausse</u>.

• Par une lecture graphique (et calcul).

Une lecture graphique permettait aussi de répondre à la question, il suffisait de lire l'image de 0 par h, on avait alors juste une valeur approchée du résultat mais cela était suffisant :

$$h(0) \approx 5 > 0$$

Or l'image de 0 par la fonction proposée donne une valeur négative, ce qui n'est pas possible.

En effet pour x = 0 on a :

$-5t^2 - 19,85t - 4,995 = 5 \times 0^2 - 19,85 \times 0 - 4,995 = -4,995 < 0$

2. Lorsqu'il quitte la rampe, Gaëtan est à 3,8 m de hauteur.

La hauteur de Gaëtan lorsqu'il quitte la rampe est donnée par h(0), l'image de 0 par la fonction h.

• Par le calcul.

Or on a facilement à l'aide de l'expression initiale de h

$h(0) = (-5 \times 0 - 1,35)(0 - 3,7)$

$h(0) = -1,35 \times (-3,7)$

$h(0) = 4,995 \neq 3,8$

L'affirmation <u>2 est donc fausse</u>.

Remarque : On pouvait bien sûr utiliser la forme développée, cela était plus rapide mais dépendant du résultat du calcul précédent, il y a toujours un risque !

• Par une lecture graphique.

Une lecture graphique permettait aussi de répondre à la question, il suffisait de lire l'image de 0 par h, on avait alors juste une valeur approchée du résultat mais cela était suffisant :

$$h(0) \approx 5 \neq 3{,}8$$

3. Le saut de Gaëtan dure moins de 4 secondes.

La durée du saut correspond à l'instant où la hauteur h(t) vaut 0. Cela correspond à l'instant où la moto touche le sol donc à l'abscisse du point d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses. C'est aussi à une solution positive de l'équation h(t) = 0.

• Par une lecture graphique.

Sur le graphique, on peut lire une valeur approchée de l'abscisse du point B, point d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses qui est une solution de l'équation h(t) = 0 ou aussi un antécédent de 0 par h. On obtient $x_B \approx 3,7$

La courbe coupe l'axe des abscisses avant 4, la moto touche le sol avant 4 secondes, donc le saut dure moins de 4 secondes. L'affirmation 3 est donc vraie.

• Par le calcul, méthode 1.

On va chercher à résoudre l'équation h(t) = 0 :

$$h(t)=0 \Leftrightarrow (-5t-1{,}35)(t-3{,}7)=0$$
$$h(t)=0 \Leftrightarrow -5t-1{,}35=0 \; ou \; t-3{,}7=0$$
$$h(t)=0 \Leftrightarrow t=-0{,}27 \; ou \; t=3{,}7$$

Les solutions de l'équation sont donc : −0, 27 et 3, 7 .

La seule solution possible cependant est la solution positive car t est une durée exprimée en secondes. La durée du saut est donc de 3, 7 s, elle est bien inférieure à 4 s, l'affirmation 3 est bien correcte.

• Par le calcul, méthode 2.

On pouvait aussi calculer l'image de 4 par la fonction h qui n'est en fait définie que pour t réel positif tel que h(t) ≥ 0.

On a :

$$h(4) = (-5 \times 4 - 1,35)(4 - 3,7) = -6,405 < 0$$

Puisque h(4) < 0, la durée du saut est bien inférieur à 4 secondes.

4. Le nombre 3,5 est un antécédent du nombre 3,77 par la fonction H.

Affirmer que 3,5 est un antécédent du nombre 3,77 par la fonction h c'est dire que l'image de 3,5 par h est 3,77. On va donc déterminer cette image.

• Par le calcul.

On calcul l'image de 3, 5 par h pour vérifier si c'est bien 3, 77.

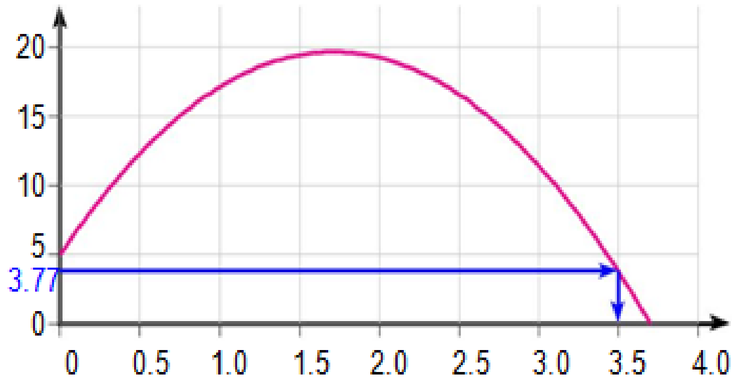
h(3, 5) = (−5 × 3, 5 − 1, 35)(3, 5 − 3, 7)

h(3, 5) = −18, 83 × (−0, 2)

h(3, 5) = 3, 77

L'image de 3, 5 par h est bien h(3, 5) = 3, 77 donc 3,5 est un antécédent du nombre 3,77 par la fonction h. L'affirmation 4 est vraie.

• Par une lecture graphique.



L'image de 3, 5 par h est bien h(3, 5) = 3, 77 donc 3,5 est un antécédent du nombre 3,77 par la fonction h. L'affirmation 4 est vraie.

5. Gaëtan a obtenu la hauteur maximale avant 1,5 seconde.

• Par le calcul.

On peut par exemple calculer les images de 1,5 de 1,6 et 1,7 pour montrer que la hauteur maximale est obtenue après 1,5 seconde. La calculatrice donne :

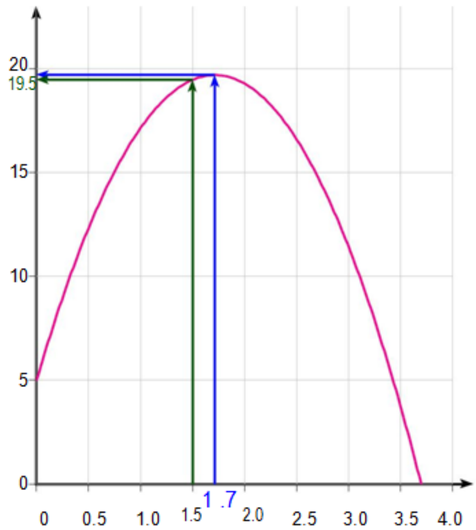
t	1,5	1,6	1,7
h(t)	19,47	19,635	19,7

On a par exemple :

h(1, 7) = 19, 7 > h(1, 5) = 19, 47

L'affirmation 5 est fausse.

• Par une lecture graphique.



La hauteur maximale est visiblement obtenue après 1,5 seconde sur le graphique, à environ 1,7 seconde. L'image de 1,5 est clairement inférieure à l'image de 1,7.

L'affirmation 5 est fausse.

Remarque : La valeur exacte est en fait t = 1, 715 seconde et la hauteur maximale est de 19,7011 m.

Exercice 7 :

1. Démontrer que le volume de l'escalier est égal à 1, 26208 m^3.

- Volume du grand prisme (prisme du bas).

  Le prisme du bas est de base, un triangle rectangle dont les côtés perpendiculaires mesurent 3,40 m et 3, 20 m et de hauteur 0,20 m. L'aire d'un triangle rectangle est le demi-produit des longueurs côtés perpendiculaire donc son volume
  V_1 sera :

  $$V_1 = \frac{3,40 \times 3,20}{2} \times 0,20 = 1,088 \text{ m}^3$$

- Volume du petit prisme (prisme du haut).

  Le prisme du haut est de base, un triangle rectangle dont les côtés perpendiculaires mesurent 1,36 m et 1,28 m et de hauteur 0,20 m. Son volume V_2 sera :

  $$V_2 = \frac{1,36 \times 1,28}{2} \times 0,20 = 0,17408 \text{ m}^3$$

- Le volume de l'escalier est égal à :

$$V = V_1 + V_2 = 1,088 \text{ m}^3 + 0,17408 \text{ m}^3 = 1,26208 \text{ m}^3$$

2. Sachant que l'escalier est un ouvrage en béton courant, déterminer le nombre de sacs de ciment de 35 kg nécessaires
à la réalisation de l'escalier.

- Volume V en litres.

  D'après la question (1.), l'escalier nécessite de faire au moins V = 1, 26208 m^3 de ciment ordinaire soit puisque :

$$1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ L}$$

$$V = 1,26208 \text{ m}^3 = 1,26208 \times 1\,000 \text{ L} = 1\,262,08 \text{ L}$$

- Nombre de sacs.

D'après les données, 1 sac de 35 kg de ciment permet de réaliser 100 L de béton courant. Un simple proportionnalité permet alors de trouver le nombre de sacs.

Nombre de sacs de 35 kg	1	?
Volume de béton courant	100 L	1262,08 L

$$? = \frac{1262,08 \times 1}{100} = 12,6208$$

Il faudra 13 sacs de ciments de 35 kg pour réaliser l'escalier.

3. Déterminer la quantité d'eau nécessaire à cet ouvrage.

On va supposer dans cette question que l'on fait exactement la quantité de ciment nécessaire à la réalisation de l'ouvrage, on a donc V = 1 262,08 L de ciment courant à faire.
D'après les données, on utilise 17 L d'eau pour 100 L de béton courant, donc par proportionnalité :

Volume d'eau	17 L	?
Volume de béton courant	100 L	1262,08 L

$$? = \frac{1262,08 \times 17}{100} = 214,5536$$

La quantité d'eau nécessaire à cet ouvrage sera de 214, 5536 L.

- *Fin du devoir -*

Barème

Exercice 1 : sur 6 points

1.a. 1,5 points

1.b. 1,5 points

2. 1,5 points (Pythagore) + 1,5 points (aire)

Exercice 2 : sur 4 points

1 point par question

Exercice 3 : sur 6 points

1. 1 point
2. 1 point
3. 1 point

4.a. 1 point

4.b. 2 points

Exercice 4 : sur 4 points

1 point par question

Exercice 5 : 6 points

1. BD : 1 point ; DE : 2 points ; périmètre : 1 point
2. 2 points

Exercice 6 : 5 points

1 point par question

Exercice 7 : sur 5 points