

## Lois à densité

### Exercice 1 ( loi uniforme ) :

Un sèche-linge est muni d'une sonde qui permet de déterminer le temps nécessaire pour sécher la charge de linge.

Émilie met son linge à sécher sans en connaître la charge. On admet que la durée suit la loi uniforme sur l'intervalle [ 30 ; 150 ].

1. Déterminer la probabilité que le temps de séchage de la charge de linge soit compris entre 45 minutes et 60 minutes.
2. Emilie met son linge à sécher à 11h. Calculer la probabilité qu'il soit sec avant 12h.
3. Sachant que le sèche linge fonctionne déjà depuis 1 heure, quelle est la probabilité que le temps total de séchage soit inférieur à 2 heures ?
4. Calculer l'espérance de X. Interpréter ce résultat.

Lois à densité

Soit  $f$  définie sur un intervalle  $I$ .  $f$  est une densité de probabilité si elle vérifie :

- $f$  est continue et positive sur  $I$
- $\int_I f(x) dx = 1$

Si  $X$  suit la loi de probabilité de densité  $f$  alors :

$$p(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

Les inégalités strictes ou larges n'ont pas d'influence sur le résultat.

L'espérance de  $X$  est  $E(x) = \int_I x f(x) dx$

### Exercice 2 ( loi à densité ) :

La production quotidienne  $X$  d'un produit en tonnes est une variable aléatoire continue qui prend ses valeurs dans l'intervalle [ 0 ; 10 ] avec la densité de probabilité  $f$  définie par  $f(x) = 0,06x - 0,006x^2$

1. Vérifier que  $f$  est bien une densité de probabilité sur [ 0 ; 10 ].
2. a) Calculer les probabilités des événements suivants :
  - A : « La production est inférieure à 7 tonnes »
  - B : « La production dépasse 6 tonnes »b) Calculer  $P_B(A)$ .
3. Calculer l'espérance de cette loi et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

### Exercice 3 ( loi à densité ) :

$g$  est la fonction définie sur  $[ 0 ; +\infty [$  par  $g(x) = 2xe^{-x^2}$ .

1. Pour tout nombre positif  $a$ , on pose :  $I(a) = \int_0^a g(x) \, dx$

Calculer  $I(a)$  en fonction de  $a$  et déterminer  $\lim_{a \rightarrow +\infty} I(a)$ .

2. Démontrer que  $g$  est une densité de probabilité.

3. Soit  $X$  une variable aléatoire qui suit la loi de probabilité de densité  $g$ .

a) Calculer  $p(X \leq 2)$ ,  $p(X \geq 1)$  et  $p(1 \leq X \leq 3)$

b) Déterminer le nombre réel  $m$  tel que  $p(X \leq m) = 0,5$ .