

$$(2) \text{ بتطبيق قانون تجميع التوترات: } u_L = -u_C \Leftrightarrow u_L + u_C = 0 \Leftrightarrow L \frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$\text{وبما أن: } i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt} \text{ فإن المعادلة التفاضلية تصبح:}$$

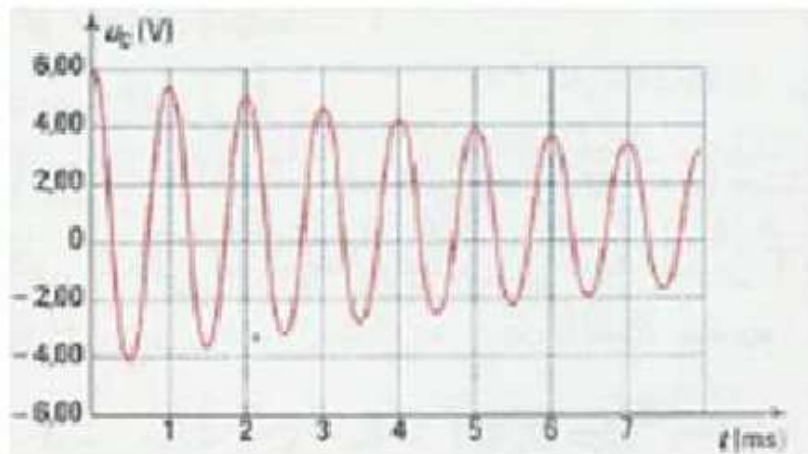
$$L.C \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = 0 \quad \text{أي:} \quad i i_c + \frac{1}{LC} .u_c = 0$$

$$(3) \text{ حل هذه المعادلة التفاضلية هو: } u_c(t) = u_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} .t\right) \quad \text{التوتر القصوي } u_m = U_0 = 6V$$

$$\text{الدور الخاص: } T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{65 \times 10^{-3} \times 47 \times 10^{-9}} \approx 0,35 \times 10^{-3} s = 0,35ms$$

تمرين رقم 7 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء: الصفحة 150

نشحن مكثفا سعته $C = 0,25 \mu F$ بواسطة مولد قوته الكهرومحرقة $E = 6V$ ، ونركبه عند اللحظة $t = 0$ بين مربطي وشيعة معامل تحريضها الذاتي L ومقاومتها r .
نعين بواسطة راسم التذبذب تغيرات التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف، فنحصل على الشكل أسفله:



- (1) ما نظام التذبذبات الملاحظ؟
- (2) كيف نفسر خمود هذه التذبذبات؟
- (3) اوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف.

(4) عين مبيانيا شبه الدور T للتذبذبات .

(5) نعتبر المقاومة r منعدمة :

1-5: اكتب في هذه الحالة المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_c .

2-5: حل هذه المعادلة هو : $u(t) = U_m \cos(\alpha t + \varphi)$

ما تعبير كل من U_m ، φ و α ؟

3-5: استنتج تعبير كل من الشحنة $q(t)$ للمكثف وشدة التيار $i(t)$ المار في الدارة .

4-5: أعط تعبير الدور الخاص T_0 .

(6) احسب قيمة معامل التحريض L للوشية، علما أن شبه الدور T يساوي الدور الخاص T_0 .

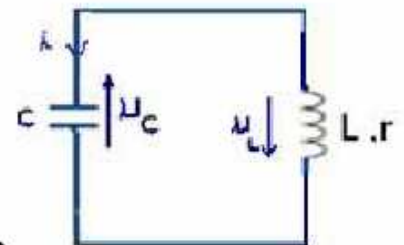
(7) لصيانة الذبذبات ، نركب على التوالي في الدارة RLC مولدا يزودها بتوتر $u_g = R_0.i$.

ما قيمة المقاومة R_0 التي تمكن من الحصول على ذبذبات جيبيية ؟

أجوبة :

- (1) النظام شبه دوري .
- (2) خمود التذبذبات ناتج عن وجود مقاومة للدارة لأن قسطا من الطاقة الكهربائية يتبدد بمفعول جول على مستوى الموصلات الأومية للدارة.

(3)



حسب قانون إضافية التوترات : $u_L + u_c = 0 \Leftrightarrow ri + L \frac{di}{dt} + u_c = 0$ (1)

$$\frac{di}{dt} = c \frac{d^2 u_c}{dt^2} \Leftrightarrow i = \frac{dq}{dt} = c \frac{du_c}{dt}$$

$$Lc \frac{d^2 u_c}{dt^2} + r.c \frac{du_c}{dt} + u_c = 0 \quad \text{إن (1) تصبح:} \Leftrightarrow$$

$$\ddot{u}_c + \frac{r}{L} \dot{u}_c + u_c = 0 \quad \text{أي:}$$

(4) مبيانيا شبه الدور : $T = 1ms$.

$$1-5: \text{المقاومة } r \text{ منعدمة} \Leftrightarrow \text{المعادلة التفاضلية تصبح:} \quad Lc \frac{d^2 u_c}{dt^2} + u_c = 0$$

2-5: حل المعادلة هو : $u(t) = U_m \cos(\alpha t + \varphi)$ مع :

$$\alpha = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{10^{-3} s} = 2000\pi = 6,28 \times 10^3 \text{ rad / s} \quad \text{النبض الخاص:}$$

إن (2) $u(t) = 6 \cos(2000\pi t + \varphi)$

من خلال الوثيقة ، نلاحظ أن ، عند $u_c = +6V$ ، $t = 0$ وبالتعويض في (2) نحصل على :

$$\varphi = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \cos \varphi = 1 \quad \Leftrightarrow \quad 6 = 6 \cos \varphi$$

$$u(t) = 6 \cos 2000\pi t$$

وبالتالي الحل يكتب كما يلي :

3-5: لدينا : $q(t) = C.u(t) = 0,25 \times 10^{-6} \times 6 \cos 2000\pi t = 1,5 \times 10^{-6} \cos 2000\pi t$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -1,5 \times 10^{-6} \times 2000\pi \sin 2000\pi t = -3 \times 10^{-3} \pi \sin 2000\pi t = -9,4 \times 10^{-3} \sin(6,28 \times 10^3 t)$$

4-5: $T_o = 2\pi\sqrt{LC}$

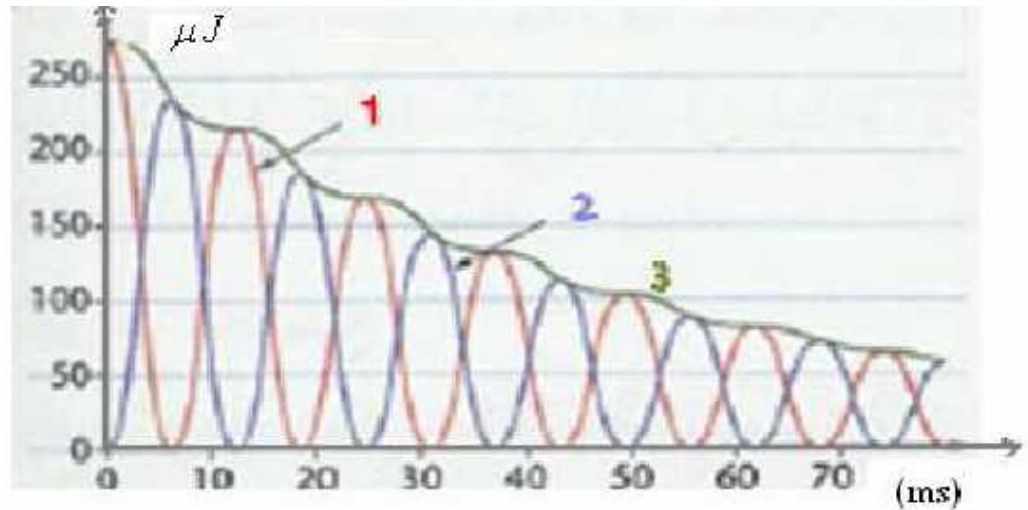
(6) بما أن :

$$L = \frac{T^2}{4\pi^2.C} = \frac{(10^{-3})^2}{4\pi^2.0,25.10^{-6}} \approx 0,1H \quad \Leftrightarrow \quad T^2 = 4\pi^2.LC \quad \text{فإن} \quad T = T_o = 2\pi\sqrt{LC}$$

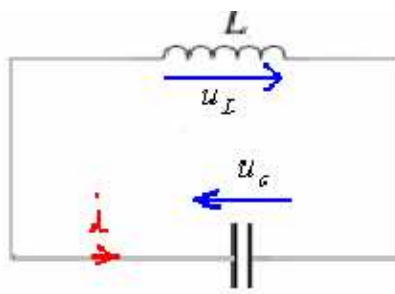
(7) R_o تساوي المقاومة الكلية للدارة . (في هذه الحالة r).

8) تمرين رقم 8 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء: الصفحة 150

ننجز دارة RLC بتركيب مكثف مشحون على التوالي مع وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها مهملة ، وموصل أومي مقاومته R وقاطع التيار الكهربائي K . نغلق قاطع التيار عند اللحظة $t=0$. يمثل الشكل أسفله تغيرات كل من ξ_e الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف ، و ξ_m الطاقة المغناطيسية للوشيعة ، والطاقة الكلية $\xi_t = \xi_e + \xi_m$.



- (1) تعرف على المحنات الثلاث معلا جوابك.
- (2) ما قيمة كل من الطاقة المخزونة في المكثف والطاقة المخزونة في الوشيعة عند اللحظة $t=0$ ؟
- (3) اعتمادا على تعبير كل من ξ_m و ξ_e ، فسر لماذا تكون لهما دائما قيما موجبة.
- (4) ما سبب نقصان الطاقة الكلية في الدارة ؟



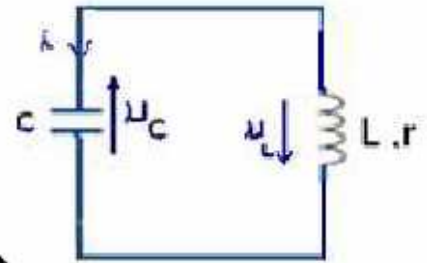
بتطبيق قانون تجميع التوترات: $u_L = -u_C$ $\Leftrightarrow u_L + u_C = 0$ $\Leftrightarrow L \frac{di}{dt} + u_C = 0$ (1)

وبما أن: $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$ فإن العلاقة (1) المعادلة التفاضلية تصبح:

$$L.C \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = 0 \text{ وهي المعادلة التفاضلية.}$$

$$\xi = \xi_m + \xi_e = \frac{1}{2} L i^2 + \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \quad \text{:2-1}$$

$$\text{: -1-2(2)}$$



حسب قانون إضافية التوترات: $u_L + u_C = 0$ $\Leftrightarrow r i + L \frac{di}{dt} + u_C = 0$ (1)

$$\frac{di}{dt} = c \frac{d^2 u_C}{dt^2} \quad \Leftrightarrow \quad i = \frac{dq}{dt} = c \frac{du_C}{dt}$$

$$L c \frac{d^2 u_C}{dt^2} + r.c \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \text{إذن (1) تصبح:}$$

لدينا حسب قانون إضافية التوترات: $u_L + u_C = 0$

$$L \frac{di}{dt} + \frac{q}{c} = -r i \quad (1) \quad \Leftrightarrow L \frac{di}{dt} + r i + \frac{q}{c} = 0 \quad \text{أي:}$$

$$\xi_t = \frac{1}{2} \frac{q^2}{c} + \frac{1}{2} L i^2 \quad \text{من خلال تعبير الطاقة الكلية للدارة:}$$

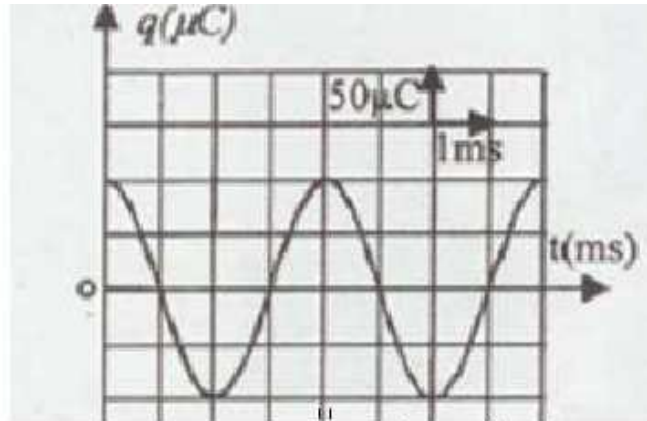
$$\frac{d\xi_t}{dt} = \frac{q}{c} \cdot \frac{dq}{dt} + L i \frac{di}{dt} = i \cdot \left[\frac{q}{c} + L \frac{di}{dt} \right] \quad \text{إن:}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d\xi_t}{dt} = -r i^2 \quad (1) \quad \text{باعتبار العلاقة}$$

إن الطاقة تناقصية ويعزى ذلك إلى وجود المقاومة.

10) تمرين رقم 10 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء: الصفحة 151

نعتبر دائرة مكونة من وشيعة مقاومتها مهملة ومعامل تحريضها L ، ومكثف سعته C تم شحنه بواسطة مولد قوته الكهرمحركة $E = 250V$ ، ومقاومته الداخلية مهملة .
يمثل الشكل أسفله تغيرات شحنة المكثف بدلالة الزمن .



- (1) اكتب تعبير الشحنة q بدلالة الزمن، واستنتج السعة C للمكثف .
- (2) استنتج $i(t)$ شدة التيار المار في الدارة .
- (3) استنتج معامل التحريض الذاتي للوشيعة.

(a) من خلال الشكل نلاحظ أن شحنة المكثف بدلالة الزمن عبارة عن دالة جيبية: $q(t) = Q_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

ونستخرج من خلال الشكل: القيمة القصوى: $Q_m = 100 \mu C = 100 \times 10^{-6} C = 10^{-4} C$
ونستخرج من خلال الشكل الدور الخاص: $T_0 = 4ms = 4 \times 10^{-3} s$

ونستخرج كذلك من خلال الشكل الشروط البدئية التالية: عند اللحظة $t = 0$ لدينا: $q(t) = +Q_m$
بالتعويض في (a) نحصل على: $Q_m = Q_m \cos(\varphi)$ $\Leftarrow \cos \varphi = 1$ $\Leftarrow \varphi = 0$

وبالتالي: $q(t) = 10^{-4} \cos\left(\frac{2\pi}{4 \times 10^{-3}}t\right)$ أي: $q(t) = 10^{-4} \cos(500\pi t)$

ولدينا: $Q_{\max} = C.u_{\max}$ أي: $C = \frac{Q_{\max}}{u_{\max}} = \frac{10^{-4}}{250} = 4 \times 10^{-7} F = 0,4 \mu F$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} [10^{-4} \cos(500\pi t)] = -500\pi \times 10^{-4} \sin(500\pi t) \quad (2)$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} [10^{-4} \cos(500\pi t)] = -500\pi \times 10^{-4} \sin(500\pi t) \quad (2)$$

(3) لدينا الدور الخاص:

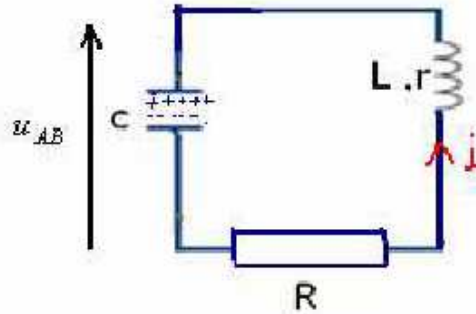
$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$L = \frac{T_0^2}{4\pi^2.C} = \frac{(4 \times 10^{-3})^2}{4\pi^2 \cdot 4 \cdot 10^{-7}} \approx 1H \quad \Leftarrow \quad T_0^2 = 4\pi^2.LC \quad \text{فإن:}$$

11) تمرين رقم 11 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء: الصفحة 151

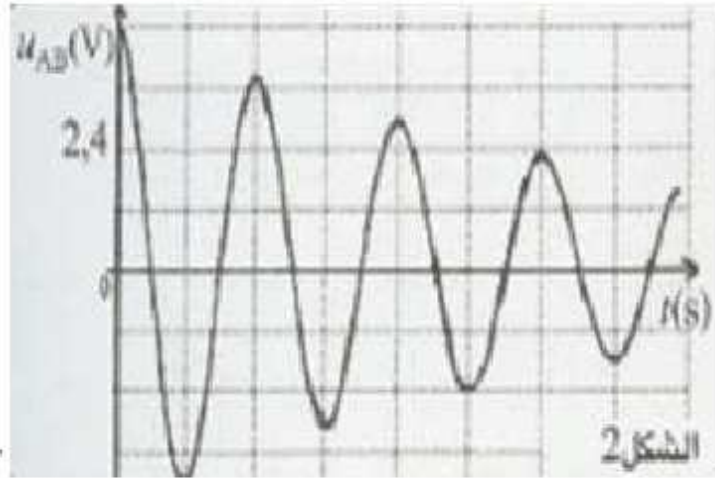
نعتبر التركيب الممثل في الشكل I أسفله والمكون من:

- مكثف سعته $C = 1 \mu F$.
- وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها مهملة.
- موصل أومي مقاومته R .



علما أنه تم شحن المكثف تحت توتر E قبل تركيبه عند اللحظة $t = 0$ في الدارة.

- (1) أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q للمكثف.
- (2) بين أن الطاقة الكلية للدائرة المتذبذبة غير ثابتة.
- (3) نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر بين مربطي المكثف ، فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل في الشكل 2



3T

بالاعتماد على المبيان ، عين :

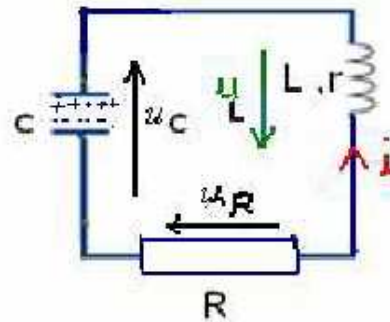
1-3: الشحنة البدئية Q_0 للمكثف.

2-3: الطاقة البدئية المخزونة في المكثف E_0 .

3-3: الطاقة الكلية E_1 للمتذبذب عند اللحظة $t_1 = 3T$.

3-4: تغير طاقة الدارة المتذبذبة بين اللحظتين $t = 0$ و $t' = T$

اجوبة:
(1)



$$u_L + u_C + u_R = 0$$

حسب قانون تجميع التوترات :

$$\text{إذن: } \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$$

$$\text{مع: } i = \frac{dq}{dt}$$

$$L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} + Ri = 0 \quad (b)$$

$$\text{بالتعويض في العلاقة (b) نحصل على: } L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\text{وهي المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة الكهربائية. } \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0$$

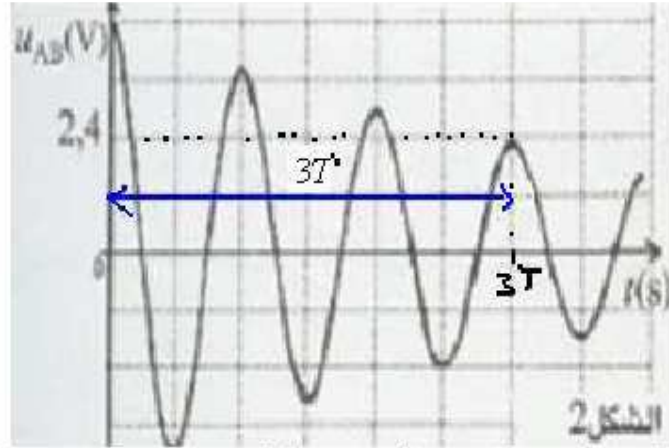
(2) يعبر المعامل $\frac{R}{L} \frac{dq}{dt}$ عن ظاهرة الخمود ، وحسب القيم التي تأخذها المقاومة يحدد نظام الخمود. وبالتالي الطاقة الكلية للدارة تتناقص بسبب الخمود.

$$(3-1) \text{ مبيانيا لدينا : } U_0 = 4,8V \text{ إذن الشحنة البدنية : } Q_0 = CU_0 = 4,8 \times 10^{-6} C$$

$$(3-2) \text{ الطاقة البدنية المخزونة في المكثف : } \xi_t = \frac{1}{2} Cu_c^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-6} 4,8^2 = 1,15 \times 10^{-5} J$$

$$E_0 = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} \times \frac{(4,8 \times 10^{-6})^2}{10^{-6}} = 1,15 \times 10^{-5} J \quad \text{أو}$$

$$(3-3) \text{ الطاقة الكلية عند اللحظة } t = 3T \text{ من خلال المبيان التوتر : } u_{AB} = u_C = 2,4V$$



إذن الطاقة الكلية عند هذه اللحظة مخزونة في المكثف (لأن التوتر قصوي)

$$\xi_t = \frac{1}{2} Cu_c^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-6} 2,4^2 = 2,88 \times 10^{-6} J$$

$$(3-4) \text{ لدينا عند } t = 0 \text{ الطاقة الكلية للدارة مخزونة في المكثف } \xi_0 = 1,15 \times 10^{-5} J$$

وعند اللحظة $t = T$ مبيانيا $u_{AB} = u_C \approx 3,8V$ الطاقة الكلية للدارة مخزونة في المكثف ، لان عند هذه اللحظة التوتر

$$\text{قصوي } \xi_T = \frac{1}{2} Cu_c^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-6} 3,8^2 = 7,22 \times 10^{-6} J$$

$$\Delta E = \xi_T - \xi_0 \approx -4,28 \times 10^{-6} J$$

والله ولي التوفيق .