Structures algébriques
البنيات الجبرية

من اقتراح المنسقية الوطنية لمادة الرياضيات / وزارة التربية الوطنية / الرباط

Exercice:1 — التمرين:1

نذكر أن $(M_2(IR),+,.)$ فضاء متجهي حقيقي و $(M_2(IR),+,\times)$ حلقة واحدية وحدتها $I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$. O_2 هي المصفوفة المنعدمة في $M_2(IR)$

نعتبر في $M_2(\mathbb{R})$ المصفوفة التالية: $A=\begin{pmatrix}1&-1\\3&-2\end{pmatrix}$ ولتكن E المجموعة التالية:

$$E=\{xI+yJ/(x,y)\in IR^2\}$$

1) أ- تحقق أن: $A^2=-A-I$.

ب- بين أن A تقبل مقلوبا A^{-1} في $M_2(IR)$ و حدده.

2) أثبت أن (A,I) أسرة حرة في $(M_2(IR),+,.)$.

3) بين أن $(E,+,.)$ فضاء متجهي حقيقي من $M_2(IR)$ و حدد بعده.

4) نعتبر التطبيق f المعرف من C نحو E بمايلي:

$$\forall(x,y)\in IR^2\ ;\ f(x+yj)=xI+yJ \quad \left(j=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

أ- بين أن f تشاكل تقابلي من $(C,\times)$ نحو $(E,\times)$.

ب- بين أن $(E,+,\times)$ جسم تبادلي.

ج- حل في E المعادلة: $X^2-(A+2I)X+2A=O_2$.

Exercice: 2 — التمرين:2

لكل (a,b) من IR^2 نعتبر المصفوفة $M(a,b)=\begin{pmatrix}a&b\\-b&a-b\end{pmatrix}$ من $M_2(\mathbb{R})$

نعتبر المجموعة : $E=\{M(a,b)/(a,b)\in IR^2\}$

1-بين أن E جزء مستقر من $(M_2(IR),\times)$.

2- بين أن $(E,+,\times)$ حلقة تبادلية واحدية.

3-أ -بين أن لكل x و y من $\mathbb{R}$ لدينا: $x^2-xy+y^2=0\Leftrightarrow x=y=0$

ب-حدد العناصر $M(a,b)$ من E التي تقبل مقلوبا في الحلقة $(E,+,\times)$.

ج-استنتج أن $(E,+,\times)$ جسم تبادلي.

4- -بين أن $(E,+,\times)$ فضاء متجهي حقيقي بعده 2.

Exercice:3 — التمرين:3

نذكر أن $(M_2(IR),+,\times)$ حلقة واحدية وحدتها $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ و $(M_2(IR),+,\bullet)$ فضاء متجهي حقيقي .

نعتبر المصفوفة $A=\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{5}}{4}&\frac{\sqrt{3}}{4}\\\frac{\sqrt{3}}{4}&\frac{7}{4}\end{pmatrix}$

http://ammarimaths-bm.voila.net/

Structures algébriques
البنيات الجبرية

من اقتراح المنسقية الوطنية لمادة الرياضيات / وزارة التربية الوطنية / الرباط

1) بين أن: $A^2-3A+2I_2=O$ حيث: $O=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$

2) لتكن E المجموعة : $E=\{xA+yI_2/(x,y)\in IR^2\}$

أ) بين أن E زمرة جزئية من $(M_2(IR),+)$

ب) بين أن E جزء مستقر من $(M_2(IR),\times)$

ج) بين أن $(E,+,\times)$ حلقة واحدية وتبادلية

د) احسب $\det(A-I_2)$

3) هل $(E,+,\times)$ جسم ؟ علل جوابك

4) أ) بين أن $(E,+,\bullet)$ فضاء متجهي حقيقي

ب) بين أن $B=(I_2,A)$ أساس للفضاء المتجهي الحقيقي $(E,+,\bullet)$

ج) حدد زوج إحداثيتي A^{-1} بالنسبة للأساس B ثم استنتج أن $B'=(A,A^{-1})$ أساسا للفضاء المتجهي $(E,+,\bullet)$

5) حدد زوج إحداثيتي I_2 بالنسبة للأساس B'

http://ammarimaths-bm.voila.net/