

## DEVOIR SURVEILLE DE PROBABILITES

Calculatrice autorisée - 2 heures

### Exercice 1 : (3 points)

On donne  $p \bar{A} \cap B = 0,25$  ;  $p A \cap \bar{B} = 0,42$  ;  $p \bar{A} \cup \bar{B} = 0,82$ .

Calculer  $p A \cap B$  ,  $p A$  et  $p B$  .

(une représentation pourra être utile ...)

### Exercice 2 : (4 points)

Soit  $X$  une variable aléatoire dont l'espérance mathématique  $E(X)$  est égale à 0,5, la variance  $V(X)$  est égale à 0,45 et dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant.

$x_i$	0	1	1,5	2
$p_i$	$p_1$	$p_2$	0,2	$p_4$

Déterminer les probabilités  $p_1$ ,  $p_2$  et  $p_4$ .

### Exercice 3 : (5 points)

Dans un immeuble de 5 étages est installé un ascenseur. Une étude statistique a montré que lorsqu'il est à l'arrêt, dans 50% des cas, il est au rez-de-chaussée (étage 0). Sinon, il a autant de chances d'être à l'un quelconque des 5 étages.

1- Définir une loi de probabilité modélisant cette situation.

2- Il faut 2 secondes à l'ascenseur pour démarrer, 2 secondes pour s'arrêter et 4 secondes pour parcourir un étage.

Soit  $T$  la variable aléatoire égale au temps d'attente, lorsque l'ascenseur étant à l'arrêt, on l'appelle du rez-de-chaussée.

a- Donner la loi de probabilité de  $T$ .

b- Calculer le temps moyen d'attente.

### Exercice 4 : (4 points)

On jette trois pièces non truquées. Quels sont les résultats possibles ?

On suppose ces résultats équiprobables.

Quelle est la probabilité de l'événement « Obtenir pile une fois et une seule » ?

**Exercice 5 :** (5 points)

Une urne contient 10 boules dont 3 rouges, 4 noires et 3 vertes.

Partie A :

On tire au hasard une boule de cette urne.

Calculer la probabilité des événements suivants :

- 1- A : « On tire une boule noire ».
- 2- B : « On tire une boule verte ou une boule noire ».
- 3- C : « On tire une boule qui n'est pas noire ».

Partie B :

On tire au hasard et simultanément 2 boules de cette urne.

Calculer la probabilité de l'événement D : « Les deux boules tirées sont de même couleur ».

**Exercice 6 :** (Amérique du Sud 2004) (9 points)

Un magasin vend des salons de jardin.

Une enquête statistique a montré que :

- 10% des personnes qui entrent dans le magasin achètent une table ;
- parmi les personnes qui achètent une table, 80% achètent un lot de chaises ;
- parmi les personnes qui n'achètent pas de table, 10% achètent un lot de chaises.

Une personne entre dans le magasin.

On note T l'évènement : « La personne achète une table »

On note C l'évènement : « La personne achète un lot de chaises »

1. Traduire à l'aide d'un arbre pondéré ou d'un tableau la situation décrite ci-dessus.
2.
  - a. Montrer que la probabilité que la personne achète un lot de chaises est égale à 0,17.
  - b. Quelle est la probabilité que la personne n'achète pas de table sachant qu'elle a acheté un lot de chaises?
3. À la fin de la journée, le directeur du magasin constate qu'il a réalisé en moyenne un bénéfice de 11,80 euros par personne entrant dans le magasin.  
On sait que le directeur a fait un bénéfice de 50 euros par table vendue.  
On appelle  $x$  le bénéfice exprimé en euros qu'il a réalisé par lot de chaises vendues. On se propose de calculer  $x$ .
  - a- Définir la loi de probabilité « montant du bénéfice réalisé par personne entrant dans le magasin ».
  - b- Montrer que l'espérance mathématique de cette loi est égale à  $5 + 0,17x$ .
  - c- Conclure.

## DEVOIR SURVEILLE DE PROBABILITES - Correction partielle

### Exercice 1 :

$p(A \cap B) = 0,18$  ;  $p(A) = 0,60$  et  $p(B) = 0,43$ .

### Exercice 2 :

$p_1 = 0,625$  ;  $p_2 = 0,15$  et  $p_4 = 0,025$ .

### Exercice 3 :

1- Loi de probabilité modélisant la situation :

étage	0	1	2	3	4	5
probabilité	0,5	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

2- Loi de probabilité de T

Temps	0	8	12	16	20	24
Probabilité	0,5	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

3- Calculer le temps moyen d'attente :  $E(x) = 8$  s

### Exercice 4 : (4 points)

On jette trois pièces non truquées : tirage simultané ; l'ordre n'a pas d'importance.

4 résultats possibles : PPP - PPF - PFF - FFF

Probabilité de l'événement « Obtenir pile une fois et une seule » :  $1/4 = 0,25$

### Exercice 5 : (5 points)

Partie A :  $P(A) = 2/5$  ;  $p(B) = 7/10$  ;  $p(C) = 3/5$

Partie B :  $P(D) = 4/15$

### Exercice 6 :

1. Traduire à l'aide d'un arbre pondéré ou d'un tableau la situation décrite ci-dessus.

2. a.  $p(C) = p(T \cap C) + p(\bar{T} \cap C) = 0,1 \times 0,8 + 0,9 \times 0,1 = 0,17$

b.  $p = 9/17 = 0,529$

3. Loi de probabilité « montant du bénéfice réalisé par personne entrant dans le magasin » :

X	50	x	0
Probabilité	0,1	0,17	0,73

$E(X) = 5 + 0,17x$

$E = 11,80$  donc,  $x = 40$

40 euros de bénéfice par lot de chaises.