Chapitre 1: SECOND DEGRE 6 septembre 2013
Première S, I. Bousquet

L'objectif de ce chapitre est d'étudier les trinômes du second degré à coefficients réels, à savoir les fonctions de la forme $x \mapsto ax^2+bx+c$ où $a, b, c \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$.

★ ★ ★ ★ ★ ★

1. RESOLUTION DE L'EQUATION DU SECOND DEGRE

Un polynome du second degre est une fonction definie sur $\mathbb{R}$ de la forme $ax^2 + bx + c$ ou $a \neq 0$ et $a, b, c \in \mathbb{R}$.
L'ecriture $ax^2 + bx + c$ appelee forme reduite du polynome est unique.

Exercice

1. (a) Justifier que les expressions $2x^2+4x-30$;$2((x+1)^2-16)$;$2(x-3)(x+5)$ sont trois formes de la même fonction trinôme f

   (b) Calculer f(0) ;f(3) ;f(-1) ;f(-2)

2. (a) Justifier que les expressions :x^2+4x+5 et $(x+2)^2+1$ sont deux formes de la même fonction trinôme g

   (b) Démontrer que g(x) est strictement positif pour tout réel x

   (c) Est il possible de trouver une forme factorisée de g ?

Exemple. $P(x) = 2x^2 + x - 15$
$= 2\left(x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{15}{2}\right)$
$= 2\left(\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} - \frac{15}{2}\right)$
$= 2\left(\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} - \frac{120}{16}\right)$

$$= 2\left(\left(x+\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{121}{16}\right)$$

Cas général :

$$\begin{aligned}
ax^2+bx+c &= a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)\\
&= a\left(x^2+2\frac{b}{2a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}\right)\\
&= a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c\times 4a}{a\times 4a}\right)\\
&= a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}\right)
\end{aligned}$$

Définition. Soit $P(x) = ax^2+bx+c$ avec $a \neq 0$ et $a, b, c \in \mathbb{R}$ le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$ est appelé **discriminant** du trinôme.
C'est ce nombre qui va permettre de discriminer les equations ax^2+bx+c *selon le nombre de solutions.*