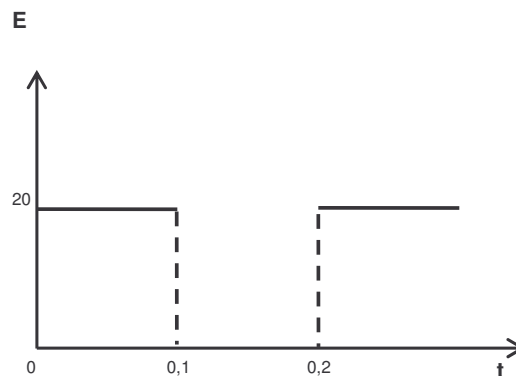


I. Calculs de tension

Une bobine d'inductance L (en henrys) et de résistance R (en ohms) est soumise à une tension carrée. La représentation graphique de cette tension E (en volts) en fonction du temps t (en secondes) est donnée ci-dessous:



- 1) Donner la valeur de la tension E pour $0 < t < 0,1$ s. **$E = 20$ Volts**
- 2) Donner la valeur de la tension E pour $0,1 < t < 0,2$ s. **$E = 0$ Volt**

Corrigé

II. Étude de fonction

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 0,1]$ par $f(t) = 2(1 - e^{-50t})$.

- 1) Montrer que $f'(t) = 100e^{-50t}$ où f' est la dérivée de la fonction f .
 $f(t) = 2 - 2e^{-50t} \Rightarrow f'(t) = -2 \times -50 \times e^{-50t} = 100e^{-50t}$, (La dérivée de $b.e^{at}$ est $a \times b \times e^{at}$).
- 2) Étudier le signe de $f'(t)$ pour tout t appartenant à l'intervalle $[0 ; 0,1]$.
 $e^{-50t} > 0 \Rightarrow 100e^{-50t} > 0$
- 3) Compléter sur l'ANNEXE 1 le tableau de variation de la fonction f sur cet intervalle.
- 4) Compléter le tableau de valeurs de l'ANNEXE 1. Arrondir les résultats à 10^{-2} .
- 5) Tracer la courbe C représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 0,1]$ dans le repère de l'ANNEXE 1.

III. Exploitation

On admet que la courbe C de l'ANNEXE 1 représente l'intensité i , en ampères, dans la bobine en fonction du temps t , en secondes.

- 1) Placer sur la courbe de l'ANNEXE 1 le point A d'ordonnée $i_0 = 1,26$ A.
- 2) Déterminer graphiquement l'abscisse τ de ce point A . Laisser apparents les traits de construction. **$\tau = 0,02$ s**
- 3) L'abscisse τ de A , appelée constante de temps, est donnée par la relation $\tau = \frac{L}{R}$.

En déduire la valeur de la résistance R de la bobine sachant que l'inductance L est égale à $0,2$ H. **$\tau =$**

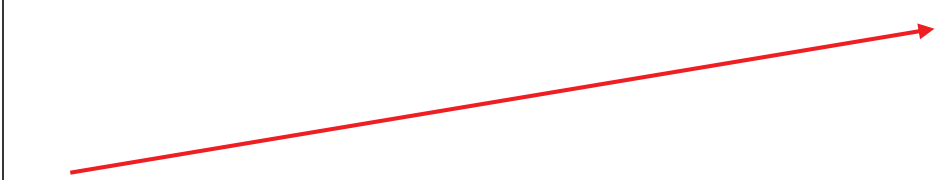
$$0,02 = \frac{0,2}{R} \Rightarrow R = \frac{0,2}{0,02} = 10 \Omega$$

Bac pro EIE 2003

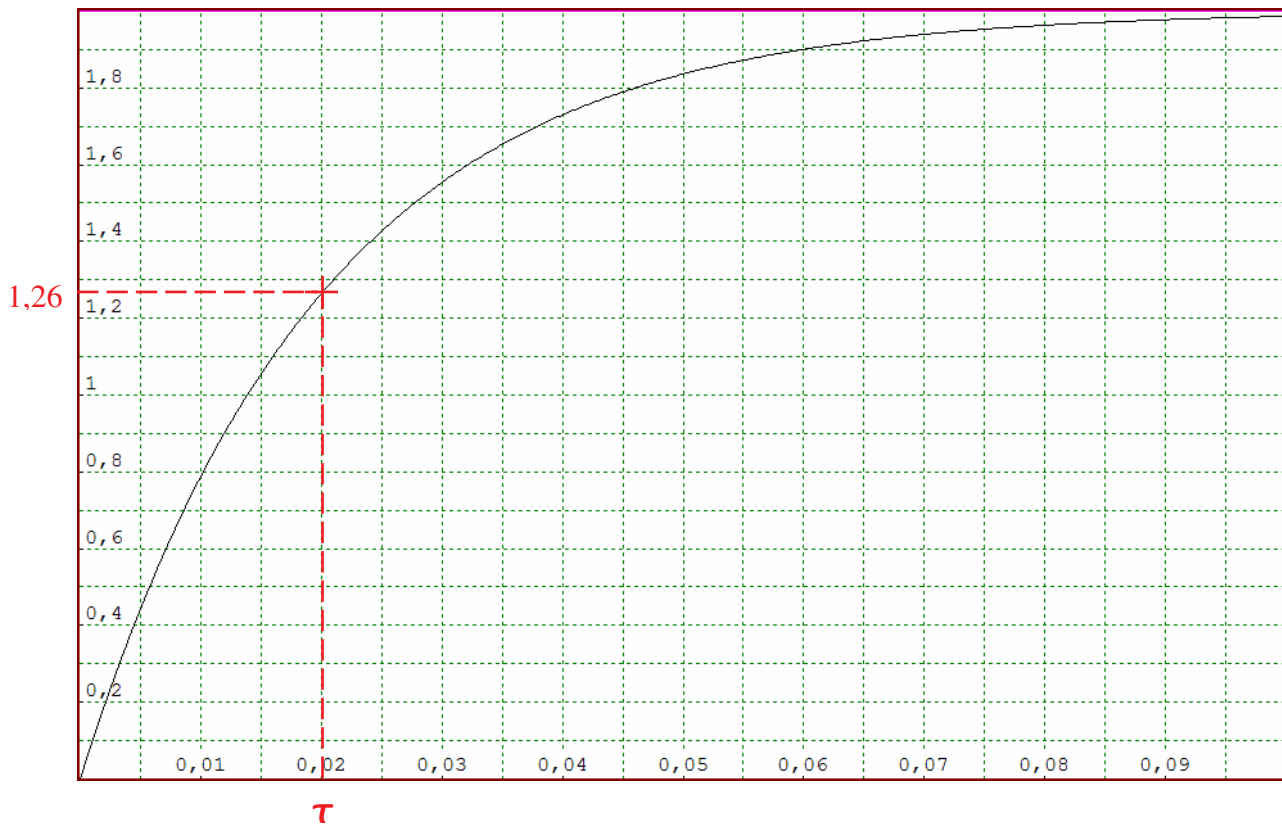
ANNEXE 1 (document à rendre avec la copie)

Corrigé

Exercice n°1

t	0	0,1
Signe de $f'(t)$	+	
Variation de f		
	0	1,99

t	0	0,005	0,010	0,030	0,040	0,060	0,080	0,100
f(t)	0	0,44	0,79	1,55	1,73	1,9	1,96	1,99



Etude d'une fonction f :

On considère la fonction f définie pour tout réel t appartenant à l'intervalle $[1 ; 15]$ par :

$$f(t) = 10 \times 0,8^t.$$

a) Compléter, ci dessous, le tableau de valeurs.

t	0	1	2,5	5	7,5	10	11	13	15
valeur de $f(t)$ arrondie au centième	10	8	5,72	3,28	1,88	1,07	0,86	0,55	0,35

b) Tracer la courbe C , représentant f , à l'aide du repère orthonormal ci dessous.

c) A l'aide d'une lecture graphique déterminer la solution de l'équation : $10 \times 0,8^t = 1$ pour t appartenant à l'intervalle $[1 ; 15]$. (Laisser apparents les traits utilisés pour la lecture). **$t \approx 10,3$**

d) Résoudre algébriquement l'équation : $10 \times 0,8^t = 1$ pour t appartenant à l'intervalle $[1 ; 15]$. Arrondir le résultat à 10^{-1} .

$$10 \times 0,8^t = 1 \Rightarrow 0,8^t = \frac{1}{10} \Rightarrow \log 0,8^t = \log 0,1 \Rightarrow t \times \log 0,8 = \log 0,1 \Rightarrow t = \frac{\log 0,1}{\log 0,8} \Rightarrow t \approx 10,3$$

($\log a^n = n \times \log a$)

Corrigé

Bac pro Traitements de surfaces 2003

ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)



10,3

Système de régulation de température d'un moteur thermique d'un groupe d'irrigation.

Un agriculteur a équipé son domaine d'une pompe d'irrigation. Le moteur thermique de ce groupe d'irrigation est équipé d'un système de régulation de température. Au-dessus d'une valeur critique de température K , le moteur est arrêté. Le système de régulation de température s'enclenche automatiquement.

La température θ du moteur thermique chute alors grâce au système de régulation. On admet que cette température diminue en suivant la loi suivante :

$$\theta(t) = K e^{-0,02t}$$

avec θ température en degré Celsius.

t durée de l'arrêt du moteur en seconde.

K valeur critique de température en degré Celsius.

Corrigé

Le moteur redémarre lorsque sa température atteint 100°C .

Le but de ce problème est de calculer la durée d'arrêt du moteur thermique du groupe d'irrigation.



axe de rotation
de la rampe



la rampe
au bord
du chemin

Détermination de la valeur critique de température K : (2 points)

- 1) Après 20 secondes, la température θ atteint 200°C .
Montrer que la valeur critique de température K vaut :

$$K = \frac{200}{e^{-0,4}}$$

$$\theta(t) = K e^{-0,02t} \Rightarrow K = \frac{\theta}{e^{-0,02t}} \Rightarrow K = \frac{200}{e^{-0,02 \times 20}} \Rightarrow K = \frac{200}{e^{-0,4}}$$

2) Calculer, arrondie au dixième, la valeur de K.

$$K = \frac{200}{0,67032} \Rightarrow K \approx 298,4$$

Etude la fonction mathématique associée : (9,5 points)

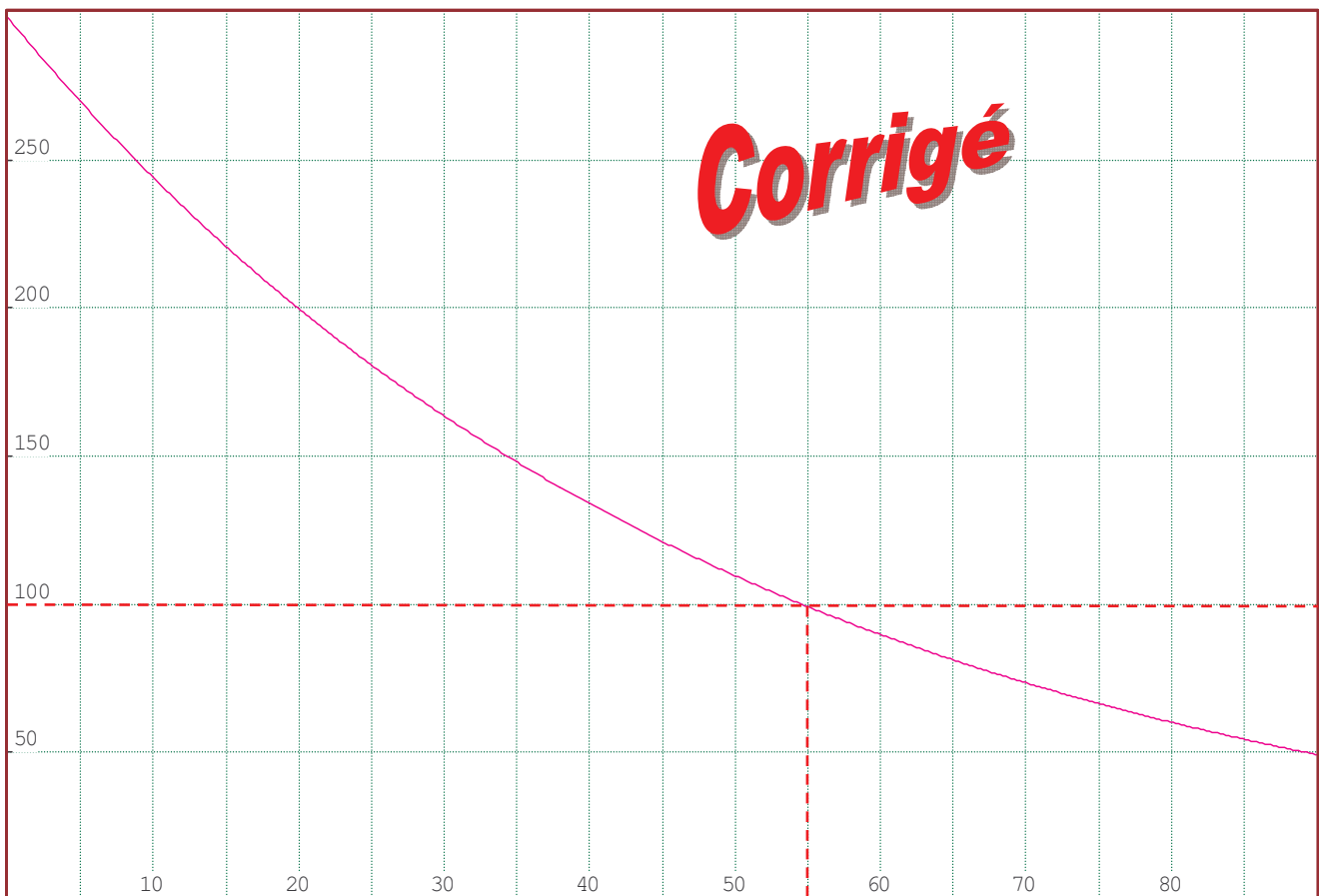
On considère la fonction f définie pour x appartenant à l'intervalle [0 ; 90] par :

$$f(x) = 298 e^{-0,02x}$$

3) Compléter le tableau de valeurs de la fonction f donné en annexe .

x	0	5	10	20	30	50	70	90
-0,02x	0	-0,1	0,2	-0,4	0,6	1	1,4	1,8
valeur de f(x) arrondie à l'unité	298	270	244	200	164	110	73	49

4) Tracer la courbe C_f représentative de la fonction f dans le plan rapporté au repère orthogonal de l'annexe .



5) Tracer la droite d₁ d'équation y = 100.

6) Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection de C_f et d₁,

$$I(55; 100)$$

7) a) Résoudre par le calcul : $298 e^{-0,02x} = 100$

$$298 e^{-0,02x} = 100 \Rightarrow e^{-0,02x} = \frac{100}{298} \Rightarrow e^{-0,02x} = 0,3356 \Rightarrow \ln e^{-0,02x} = \ln \frac{100}{298}$$

$$\Rightarrow -0,02x \ln e = \ln \frac{100}{298} \Rightarrow -0,02x = \ln \frac{100}{298} \Rightarrow x = \frac{\ln \frac{100}{298}}{-0,02} \Rightarrow x = -50 \ln \frac{100}{298} \Rightarrow x \approx 54,6 \quad (\ln a^n = n \cdot \ln a ;$$

$\ln e = 1$)

b) Calculer, arrondie à 10^{-1} , la valeur de $-50 \ln\left(\frac{100}{298}\right)$.

$$-50 \ln\left(\frac{100}{298}\right) = -50 \times -1,09192 \approx 54,6$$

Corrigé

Application au système de régulation : (1 point)

Le moteur thermique redémarre lorsque sa température atteint 100°C .

8) D'après l'étude précédente, indiquer la durée, arrondie à la seconde, de l'arrêt du moteur.

L'arrêt du moteur sera de 55 s.

Bac pro MEMATPPJ 2003