- Il sera attribué **4 points** pour la présentation et la rédaction du devoir.
- Les calculatrices ainsi que les instruments usuels de dessin sont autorisés.
- **Les calculs intermédiaires doivent figurer sur la copie.**

Durée : 2 h 00

## ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

On traitera au choix trois exercices parmi les cinq proposés dans la partie numérique.

### Exercice 1 : (4 points)

**1.** Soit A = $(3x-1)(3x+1)+2(4x+1)$.
   *a.* Développer et réduire A.
   *b.* Calculer A pour $x = -2$.

**2.** Soit B = $25x^2-4-(5x-2)(3x-4)$.
   *a.* Factoriser $25x^2-4$.
   *b.* En déduire une factorisation de B.

### Exercice 2 : (4 points)

**1.** La masse d'un atome de carbone est $1{,}99 \times 10^{-26}$ kg.
Les chimistes considèrent des paquets contenant $6{,}022 \times 10^{23}$ atomes.
   *a.* Calculer la masse **en grammes** d'un tel paquet d'atomes de carbone.
   *b.* Donner une valeur arrondie de cette masse à un gramme près.

**2.** Résoudre l'équation $5(x^2-2) = 2x^2+5$.

### Exercice 3 : (4 points)

**1.** Ecrire C = $\sqrt{30} \times \sqrt{6} \times 2\sqrt{15}$ sous la forme $a\sqrt{3}$, où $a$ est un entier.

**2.** Ecrire D = $2\sqrt{405} - 7\sqrt{20} + \sqrt{180}$ sous la forme $b\sqrt{c}$, avec $b$ et $c$ entiers, $c$ étant le plus petit possible.

**3.** Montrer que E = $(2\sqrt{2}+\sqrt{7})(2\sqrt{2}-\sqrt{7})$ est un nombre entier.

### Exercice 4 : (4 points)

**1.** Voici les notes obtenues par les élèves de la classe de 3ème A à un devoir commun d'anglais :

| Notes | 6,5 | 8 | 9 | 10 | 11 | 13 | 16,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectifs | 1 | 2 | 4 | 3 | 6 | 3 | 1 |

   *a.* Calculer la moyenne de la classe. Détailler les calculs sur la copie.
   *b.* Déterminer la fréquence, en pourcentage, de la note 11.

**2.** Au même devoir, les élèves de la classe de 3ème B ont obtenu les notes ci-contre :

| Notes | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 17 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectifs | 2 | 4 | 3 | 2 | 5 | 4 | 2 | 1 |

Déterminer une valeur médiane de cette série de notes.
Justifier.

**3.** Pour quelle classe la série de notes a-t-elle l'étendue la plus grande ? Expliquer.

### Exercice 5 : (4 points)

Au Futuroscope, le prix d'entrée est de 24 € pour les enfants et de 31 € pour les adultes.
On a acheté 31 entrées pour 779 €.

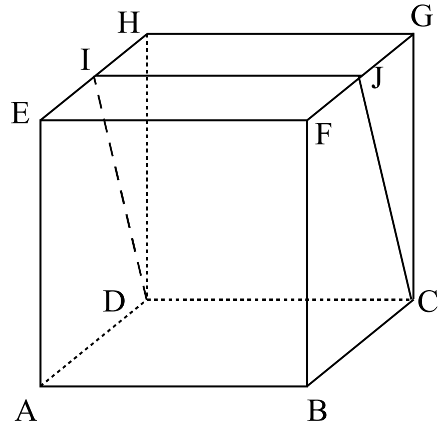
Combien d'enfants et d'adultes sont allés au Futuroscope ?

## ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

### Exercice 6 : (2 points)

La figure ci-contre représente un cube de 5 cm de côté.
I est le milieu du segment [EH]. J est le milieu du segment [FG].

Sur une même figure, tracer en vraie grandeur : **1.** Le triangle GJC.
**2.** Le quadrilatère CDIJ.



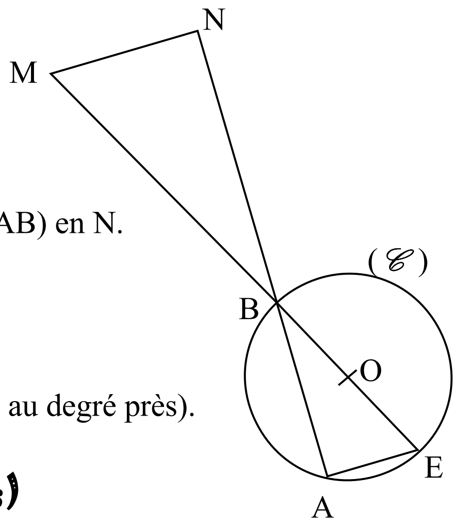

### Exercice 7 : (4 points)

**1.** Construire un triangle ABI tel que IA = 8 cm, $\widehat{AIB} = 28°$ et $\widehat{IAB} = 62°$.

**2.** Montrer que ce triangle est rectangle en B.

**3.** Calculer la longueur AB (on donnera la valeur arrondie au mm près).

**Exercice 8 :** (6 points)




On considère la figure ci-contre (qui n'est pas en vraie grandeur)

On précise que : - MB = 9 cm, BE = 6 cm et BA = 5 cm ;
- O est le centre du cercle ( $\mathscr{C}$ ) ;
- la parallèle à (AE) passant par M coupe la droite (AB) en N.

1. Construire la figure ci-contre en vraie grandeur.
2. Calculer BN.
3. ***a.*** Montrer que le triangle ABE est rectangle.
   ***b.*** Calculer la mesure de l'angle BÊA (on donnera la valeur arrondie au degré près).

## PROBLEME (12 points)

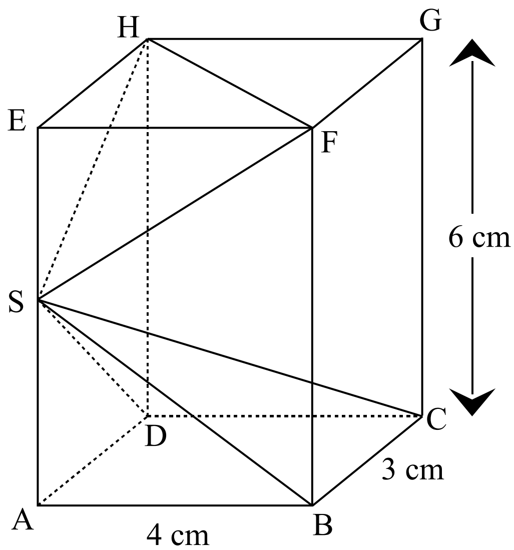
***La partie III peut être traitée indépendamment des parties I et II.***

On considère un pavé droit ABCDEFGH tel que : AB = 4 cm, BC = 3 cm et AE = 6 cm.

Un point S placé sur l'arête [AE] permet de définir deux pyramides :

SABCD : de sommet S, de hauteur SA, de base le rectangle ABCD.

SEFH : de sommet S, de hauteur ES, de base le triangle rectangle EFH.




Rappel : Le volume d'une pyramide est : $V = \frac{1}{3} \times$ aire de base $\times$ hauteur.

### Partie I :

Dans cette partie, on pose SA = $x$ cm ($0 \leq x \leq 6$).

1. ***a.*** Calculer l'aire du rectangle ABCD.
   ***b.*** Exprimer en fonction de $x$ le volume $\mathcal{V}_1$ de la pyramide SABCD.
2. ***a.*** Exprimer ES en fonction de $x$.
   ***b.*** Calculer l'aire du triangle EFH.
   ***c.*** Montrer que le volume $\mathcal{V}_2$ de la pyramide SEFH est $-2x + 12$ cm$^3$.
3. Déterminer la valeur de $x$ pour laquelle $\mathcal{V}_1 = \mathcal{V}_2$.
   Quelle est alors la valeur commune des volumes des pyramides SABCD et SEFH ?

### Partie II :

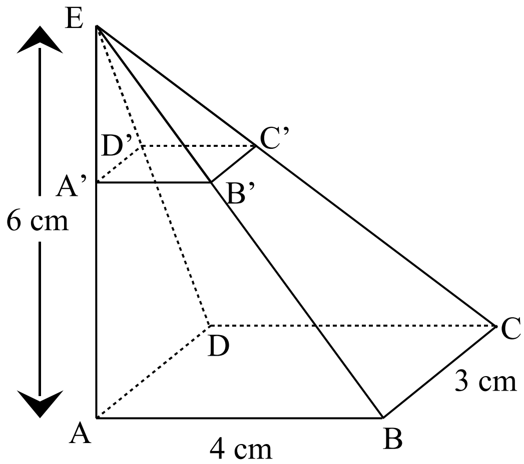
On considère les fonctions $f$ et $g$ définies par $f(x) = 4x$ et $g(x) = -2x + 12$.

1. Dans un repère orthogonal, représenter les fonctions $f$ et $g$ pour $x$ compris entre 0 et 6.
   *On prendra : 2 cm pour 1 unité en abscisse et 1 cm pour 2 unités en ordonnée.*
2. En traçant des pointillés, mettre en évidence sur le graphique le résultat de la question **3**. de la **Partie I**.

### Partie III :

Dans cette partie, $x$ = 6 cm, donc le point S est confondu avec le point E.

On considère à présent la pyramide EABCD de hauteur [EA] de base le rectangle ABCD.




1. Montrer que le volume $\mathcal{V}$ de la pyramide EABCD est égal à 24 cm$^3$.
2. Cette pyramide est coupée par un plan parallèle à son plan de base.
   La section plane obtenue est A'B'C'D'.
   La pyramide EA'B'C'D' est une réduction de la pyramide EABCD.
   On donne EA' = 2,4 cm.

   ***a.*** Montrer que le coefficient de réduction est égal à $\frac{2}{5}$.

   ***b.*** En déduire le volume $\mathcal{V}'$ de la pyramide réduite EA'B'C'D'.