UNIVERSITÉ CADI-AYYAD — Département de physique appliquée
FST-Guéliz - Marrakech — 2007-2008

Module Électromagnétisme - Optique.

DS-N°1

Questions de cours :

1- Dans le cas d'un circuit fixe dans un champ magnétique variable B(t), donner :

a- La loi de Faraday sous forme locale et intégrale.
b- Retrouver l'équation de Maxwell-Faraday.
c- En déduire le champ de Neumann.

2- Montrer que le champ électromagnétique suivant satisfait aux équations de Maxwell dans le vide.

$$E_x = E_y = 0 \qquad E_z = c\,cos(y - ct)$$

$$B_z = B_y = 0 \qquad B_x = cos(y - ct)$$

c est la vitesse de la lumière dans le vide.

<u>Exercice 1</u>

Un conducteur sphérique, de centre O, de rayon R, portant la charge Q, est entouré d'une couche d'un diélectrique linéaire, homogène et isotrope d'épaisseur a et de permittivité ε, le reste de l'espace étant vide de permittivité ε_0.

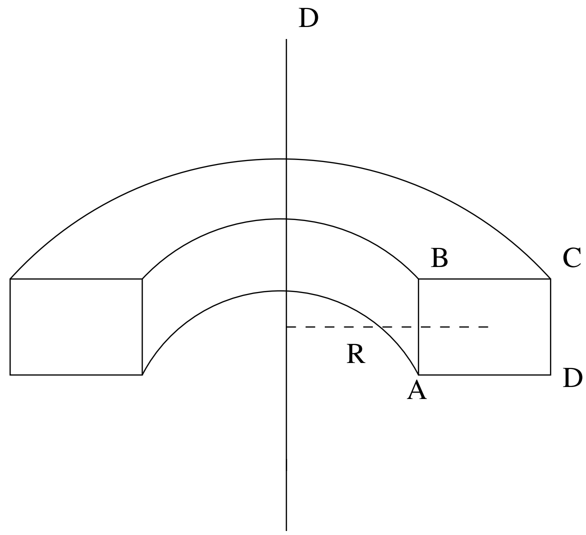
1- Déterminer l'induction $\overrightarrow{D}$, le champ électrique $\overrightarrow{E}$ et le vecteur polarisation $\overrightarrow{P}$ en tout point de l'espace (r < R, R < r < R+a, r > R+a) ;

2- Déterminer les charges de polarisation.

3- Calculer la somme des charges de polarisation.

<u>Exercice 2</u>

Un tore est engendré par la rotation d'un carré ABCD de coté a autour d'un axe D de son plan. Un circuit bobiné sur ce tore comprend N_1 spires et est parcouru par un courant d'intensité I_1.



1-

a) Déterminer l'orientation du champ magnétique $\overrightarrow{B}$ en utilisant les régles de symétrie et déduire sa valeur en tout point de l'espace.

b) Calculer le flux de $\overrightarrow{B}$ à travers une spire.

c) En déduire le coefficient d'auto-induction.

2- Déterminer l'expression de l'énergie magnétique emmagasinée dans le tore.

3- Un second circuit comprenant N_2 spires est enroulé autour du précédent. Calculer leur coefficient d'induction mutuelle.

<u>Exercice 3</u>

On considère un milieu homogène de permittivité ε_0, de perméabilité μ_0 et de conductivité σ, et parcouru par le courant de conduction de densité $\overrightarrow{J}$.

1- Ecrire les équations de propagation du champ électrique $\overrightarrow{E}$ et magnétique $\overrightarrow{B}$.

2- a) Montrer qu'on peut obtenir une équation de propagation du potentiel vecteur équivalente à celle déterminée ci-dessus à condition d'imposer le choix de Jauge suivant :

$$div\,\overrightarrow{A} + \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial V}{\partial t} + \sigma\mu_0 V = 0$$

b) En déduire l'équation de propagation du potentiel scalair V.

Exercice 4

Un fil conducteur cylindrique, d'axe z'z, de rayon R, de conductivité σ, est placé dans un champ magnétique uniforme, parallèle à z'z, et variant sinusoidalement dans le temps : soit $\overrightarrow{B_1} = \overrightarrow{B_0}e^{-i\omega t}$. On négligera, dans tout cet exercice, l'influence du courant de déplacement et de l'aimantation.

1- Déterminer le potentiel vecteur associé au champ $\overrightarrow{B_1}$ dans le conducteur.

2- En déduire le champ électromoteur $\overrightarrow{E_1}$ induit dans le conducteur.

3- A $\overrightarrow{E_1}$ est associé un courant de densité $\overrightarrow{j_1}$ (courant de Foucault).

a) Donner l'expression de la puissance communiquée au conducteur (dépensée par effet Joule) par unité de volume.

b) Claculer cette puissance dans une portion du conducteur longue de 1 mètre ?

c) En déduire que sa valeur moyenne temporelle est donnée par :

$$\overline{P} = \frac{\pi \bar{R}^4 \sigma \omega^2 B_0^2}{16}$$

4- En fait, $\overrightarrow{j_1}$ crée un champ magnétique $\overrightarrow{B_2}$, lui même variable, et qui engendre, par induction, un champ électrique $\overrightarrow{E_2}$. Le conducteur sera supposé infinement long et $\overrightarrow{B_2}$ nul à l'extérieur du conducteur.

a) Montrer, en utilisant les régles de symétrie, que $\overrightarrow{B_2}$ est de la forme : $\overrightarrow{B_2}(t, r, \theta, z) = B_2(t, r)\overrightarrow{k}$.

b) Montrer que $\overrightarrow{B_2}$ est donné par :

$$B_2(r) = i\frac{\mu_0 \sigma \omega}{4}(R^2 - r^2)B_0 e^{-i\omega t}$$

b) En déduire l'expression de $\overrightarrow{E_2}$.

On donne

En coordonnées cylindriques : $\overrightarrow{rot}\overrightarrow{A}(r) = -\frac{dA_z}{dr}\overrightarrow{e_\theta} - \frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rA_\theta)\overrightarrow{e_z}$.

En coordonnées sphériques : $div\overrightarrow{A}(r) = \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(r^2 A_r)$

$\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{grad}V - \frac{\partial \overrightarrow{A}}{\partial t}$ $\overrightarrow{B} = \overrightarrow{rot}\overrightarrow{A}$

//Fin///