CORRIGE DU DST N°5

Exercice 1 :

La droite (d_1) passe par l'origine et le point de coordonnées (1 ; 2). Il s'agit donc de la représentation graphique d'une fonction linéaire, donc du type $f(x) = ax$.

Entre ces deux points, l'accroissement des ordonnées est de 2 – 0 = 2, et l'accroissement des abscisses est de 1 – 0 = 1.

On a donc $a = 2 \div 1 = 2$ donc la droite (d_1) est la représentation graphique de la fonction linéaire qui à x associe $2x$. Son équation est donc $\boxed{\boldsymbol{y = 2x}}$.

La droite (d_2) passe par les points de coordonnées (0 ; 1) et (3 ; 3), donc c'est la représentation graphique d'une fonction affine du type $g(x) = ax + b$.

Entre ces deux points, l'accroissement des ordonnées est de 3 – 1 = 2, et l'accroissement des abscisses est de 3 – 0 = 3. On a donc $a = 2 \div 3 = \frac{2}{3}$

Grâce au point de coordonnées (0 ; 1), on détermine l'ordonnée à l'origine $b = 1$.

Donc la droite (d_2) est la représentation graphique de la fonction linéaire qui à x associe $\frac{2}{3}x + 1$. Son équation est donc $\boxed{\boldsymbol{y = \frac{2}{3}x + 1}}$.

La droite (d_3) est une droite parallèle à l'axe des abscisses, donc c'est la représentation graphique d'une fonction constante. Tous ses points ont leur ordonnée égale à 3, donc son équation est $\boxed{\boldsymbol{y = 3}}$.

La droite (d_4) par les points de coordonnées (0 ; 3) et (1 ; 2), donc c'est la représentation graphique d'une fonction affine du type $h(x) = ax + b$.

Entre ces deux points, l'accroissement des ordonnées est de 2 – 3 = –1, et l'accroissement des abscisses est de 1 – 0 = 1. On a donc $a = -1 \div 1 = -1$

Grâce au point de coordonnées (0 ; 3), on détermine l'ordonnée à l'origine $b = 3$.

Donc la droite (d_4) est la représentation graphique de la fonction linéaire qui à x associe $-x + 3$. Son équation est donc $\boxed{\boldsymbol{y = -x + 3}}$.

Exercice 2 :

f est une fonction affine, donc de la forme $f(x) = ax + b$. On connaît : $f(2) = -3$ et $f(4) = 1$.

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{1 - (-3)}{4 - 2} = \frac{1 + 3}{2} = 2$$

Donc on a $f(x) = 2x + b$.

$f(4) = 2 \times 4 + b = 1$, donc $b = 1 - 8 = -7$.

La fonction affine est donc définie par $\boxed{\boldsymbol{f(x) = 2x - 7}}$.

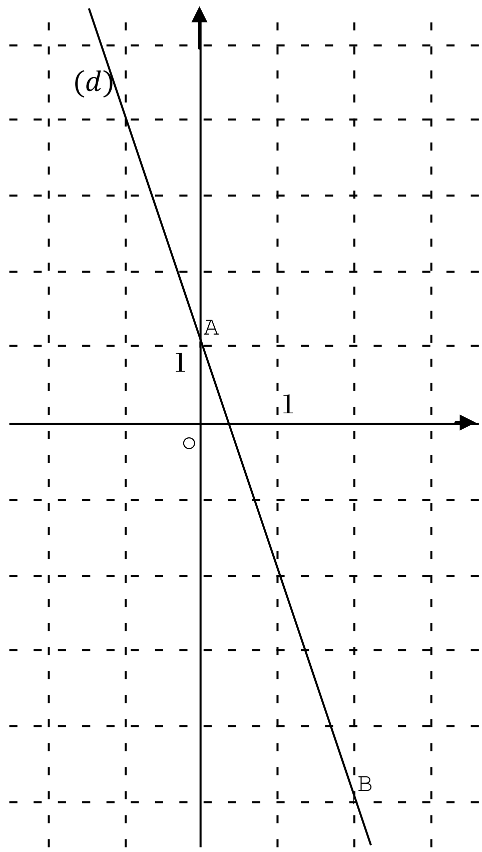
Exercice 3 :

1) La fonction f est une fonction affine, donc sa représentation graphique est une droite.

x	0	2
$f(x)$	1	–5

$$f(0) = 1 - 3 \times 0 = 1$$
$$f(2) = 1 - 3 \times 2 = 1 - 6 = -5$$

Donc la représentation graphique de la fonction affine f est la droite qui passe par les points A (0 ; 1) et B (2 ; –5). Voir ci-contre :



2) Points d'intersection de (d) avec les axes :

a) Avec l'axe des abscisses. Il faut résoudre l'équation $f(x) = 0$:

$$1 - 3x = 0$$
$$-3x = -1$$
$$x = \frac{-1}{-3}$$
$$x = \frac{1}{3}$$

Le point d'intersection de (d) avec l'axe des abscisses a pour coordonnées $\boxed{\left(\frac{1}{3}\ ;0\right)}$.

b) Avec l'axe des ordonnées. Il faut calculer $f(0)$.

$$f(0) = 1 - 3 \times 0 = 1$$

Le point d'intersection de (d) avec l'axe des ordonnées a pour coordonnées $\boxed{(0\ ;1)}$.

Exercice 4 :

Pour le point A :

$$g(3) = \frac{2}{3} \times 3 + 2 = 2 + 2 = 4$$

$g(3) = 4$ donc **A (3 ; 4) est bien sur la représentation graphique de la fonction g**.

Pour le point B :

$$g(-1) = \frac{2}{3} \times -1 + 2 = -\frac{2}{3} + \frac{6}{3} = \frac{4}{3}$$

$g(-1) = \frac{4}{3}$ donc **B (–1 ; 0) n'est pas sur la représentation graphique de la fonction g**.

Exercice 5 :

1)

a) x est une longueur, donc $x \geq 0$, car une longueur est toujours positive. x représente la distance entre A et M, un point du segment [AD], de longueur AD = 6 cm. Donc au maximum, on peut avoir 6 comme valeur pour x, donc on a $x \leq 6$. On a donc : $\boxed{0 \leq x \leq 6}$.

b) Aire du triangle AMB :

$$f(x) = \frac{b \times h}{2} = \frac{\mathrm{AM} \times \mathrm{AB}}{2} = \frac{x \times 8}{2} = 4x$$

L'aire du triangle AMB est donc $\boxed{\boldsymbol{f(x) = 4x}}$.

2) Aire du quadrilatère BMDN :

L'aire du triangle CDN est la même que celle du triangle AMB, car ils ont les mêmes dimensions.

L'aire du rectangle ABCD est égale à $L \times l = 6 \times 8 = 48$ cm².

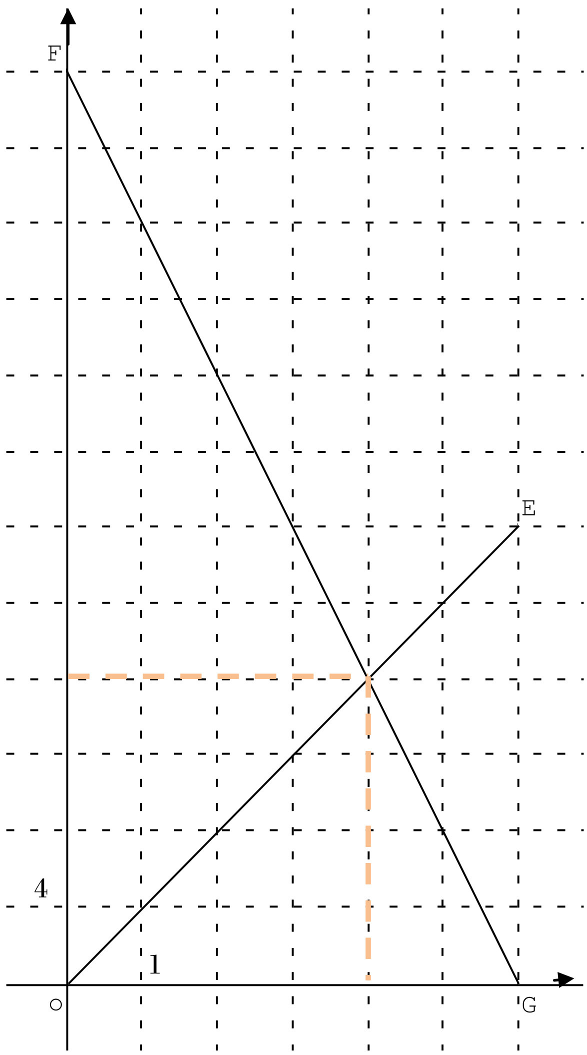
Aire du quadrilatère BMDN :

$$g(x) = 48 - 2 \times 4x = 48 - 8x$$

L'aire du quadrilatère BMDN est donc $\boxed{\boldsymbol{g(x) = 48 - 8x}}$.

3) Représentation graphique :

f est une fonction linéaire, et $f(6) = 4 \times 6 = 24$ donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine et le point E (6 ; 24).



g est une fonction linéaire, $g(0) = 48 - 8 \times 0 = 48$ et $g(6) = 48 - 8 \times 6 = 48 - 48 = 0$ donc sa représentation graphique est une droite qui passe par les points F (0 ; 48) et G (6 ; 0).

4) <u>Egalité des aires, lecture graphique :</u>

Le point d'intersection des deux droites est le point pour lequel on a l'égalité $f(x) = g(x)$.

On lit graphiquement qu'on a égalité des aires de AMB et BMDN pour $\boxed{\boldsymbol{x = 4}}$. Cette aire vaut 16 cm².

5) <u>Egalité des aires, par le calcul :</u>

Il faut résoudre l'équation $f(x) = g(x)$:

$$f(x) = g(x)$$
$$4x = 48 - 8x$$
$$4x + 8x = 48$$
$$12x = 48$$
$$x = \frac{48}{12} = 4$$

On a donc égalité des aires pour $\boxed{\boldsymbol{x = 4}}$.