

FICHE DE REVISION SUR LE CH. 4.

EXERCICE 1 : Du graphique au numérique

A. On a tracé dans le repère ci-contre la courbe de la fonction $f(x) = -x^2 + 1$ ainsi que cinq tangentes.

1.a. En utilisant le graphique, compléter le tableau :

a	-2	-1	0	1	2
$f'(a)$					

b. En observant le tableau, formuler une conjecture concernant la valeur de $f'(a)$ pour tout nombre a .

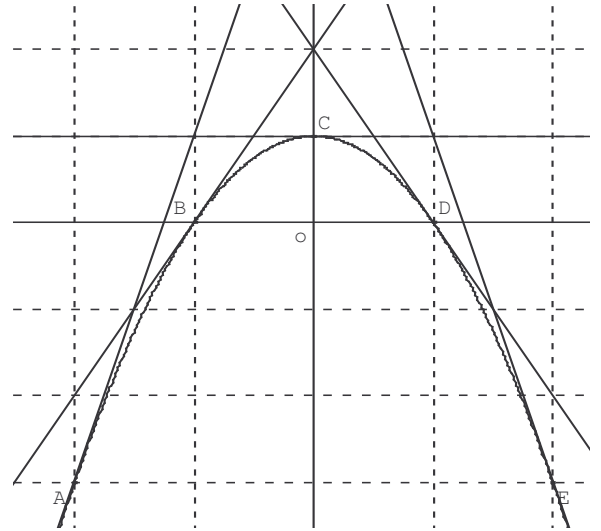
2.a. Retrouver par le calcul $f'(-1)$.

b. En utilisant le taux de variation de f en a , démontrer votre conjecture formulée en 1.b.

c. La courbe admet-elle une tangente parallèle à la droite d'équation $y = 7x$?

d. La courbe admet-elle une autre tangente parallèle à sa tangente en D ?

*e. Existents-ils deux points $M(a ; f(a))$ et $N(b ; f(b))$ de la courbe en lesquels les tangentes sont parallèles ?



B. On a tracé dans le repère ci-contre la courbe de la fonction $f(x) = \frac{1}{x}$ ainsi que trois tangentes en $x = \frac{1}{2}$, $x = 1$ et $x = 2$.

1.a. En utilisant le graphique, compléter le tableau :

x	$\frac{1}{2}$	1	2
$f'(x)$			

b. En observant le tableau, formuler une conjecture concernant la valeur de $f'(a)$ pour tout nombre a .

2. a. Retrouver par le calcul $f'(\frac{1}{2})$.

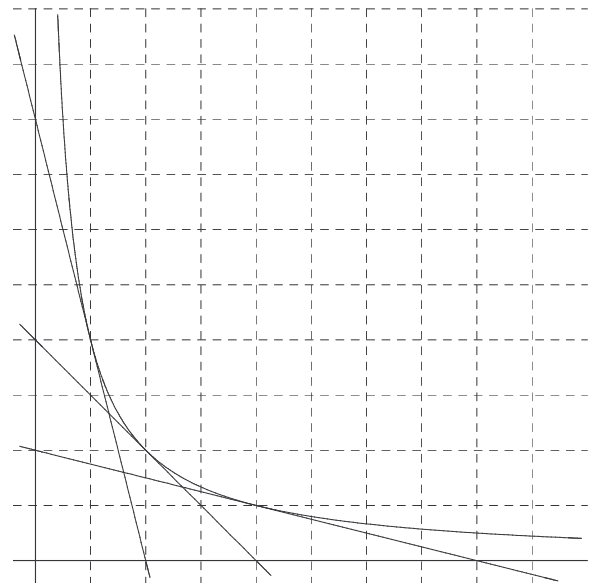
b. En utilisant le taux de variation de f , retrouver démontrer votre conjecture formulée en 1.b.

b. La courbe admet-elle une tangente parallèle à la droite d'équation $y = x$?

c. Déterminer tous les points de la courbe en lesquels la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = -\frac{1}{9}x$.

d. La courbe admet-elle une autre tangente parallèle à sa tangente en $x = 2$?

*e. Existents-ils deux points $M(a ; f(a))$ et $N(b ; f(b))$ de la courbe en lesquels les tangentes sont parallèles ? Que dire des points M et N ? Quelle propriété de la courbe est à l'origine de cette particularité ?



EXERCICE 2 : Calcul de nombres dérivés, approximations et erreur.

On considère la fonction $f(x) = x^2 - 4x$ sur R .

1.a. En utilisant le taux de variation de f en 1, calculer $f'(1)$.

b. En déduire l'approximation affine de $f(1 + h)$ en fonction de h .

c. En déduire une valeur approchée de $f(1,02)$.

2. Même question en un nombre réel a quelconque.

3. En déduire les équations des tangentes aux points d'intersection avec l'axe (Ox) .

EXERCICE 3 : Du numérique au graphique.

A. On considère la fonction $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{2}$ sur \mathbb{R} .

1. Compléter le tableau de valeurs :

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
f(x)									

2. Tracer le courbe de la fonction f sur $[-2 ; 2]$ dans le repère ci-contre (unité : 2 carreaux)

3. Calculer $f'(1)$.

Qu'en déduire pour la tangente au point d'abscisse 1 ?
Tracer cette tangente.

4. Calculer $f'(-1)$. Tracer la tangente correspondante.

5. a. Déterminer $f'(a)$ pour tout réel a

b. En déduire l'équation de la tangente en $x = -2$.

c. Calculer une valeur approchée de $f(-1,99)$.

B. On considère la fonction $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ ainsi que sa courbe sur $[-6 ; 4]$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .

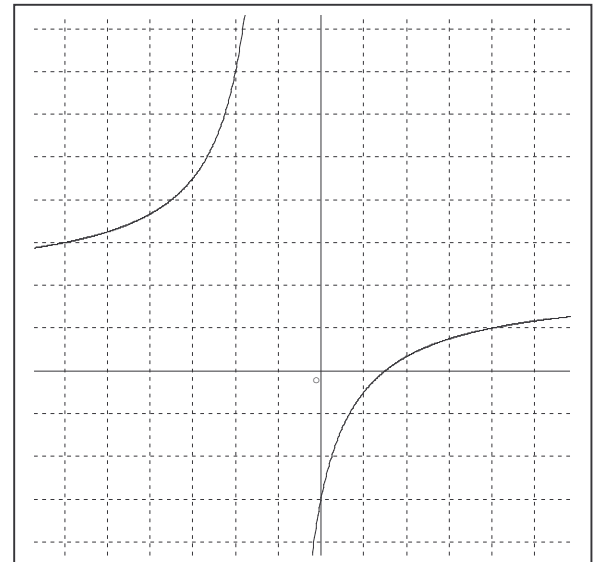
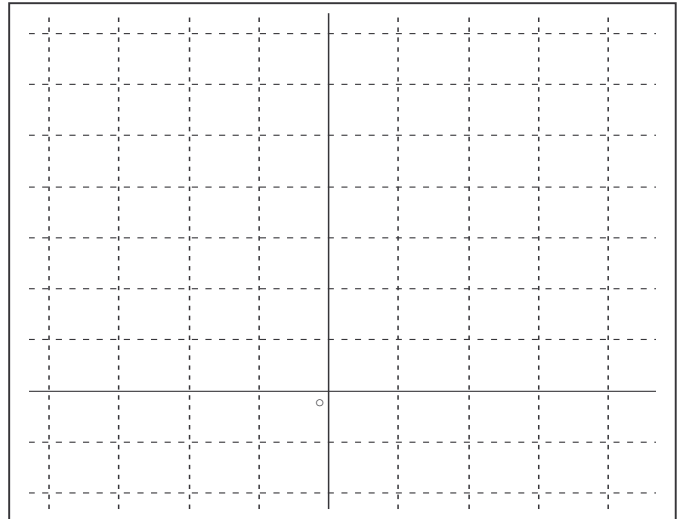
2. Calculer $f'(-2)$. Tracer la tangente correspondante.

3. Calculer $f'(-6)$. Tracer la tangente correspondante.

4. Déterminer l'équation de la tangente en $x = 0$.
Tracer cette tangente.

5. Déterminer l'approximation affine de f en $x = 4$.
En déduire une valeur approchée de $f(3,98)$.

6. Tracer la tangente à la courbe au point d'intersection avec l'axe des abscisses.



EXERCICE 4 : Calculs de nombres dérivé et troisième degré..

A. On considère la fonction $f(x) = x^3 - 3x + 1$ sur \mathbb{R} .

1.a. Calculer $f'(0)$ et $f'(2)$.

b. En déduire l'approximation affine de $f(2+h)$ en fonction de h .

~~c. Démontrer que l'erreur $e(h)$ commise est inférieure à $7h^2$ si $-6 < h < 0$.~~

d. En déduire une valeur approchée de $f(1,99)$ ainsi que l'erreur commise.

2. Déterminer $f'(a)$ pour tout nombre réel a .

3. Vérifier la validité de votre résultat à l'aide de la question 1.

4. Déterminer les points en lesquels la courbe de f admet des tangentes horizontales.

5. Déterminer les points en lesquels la courbe de f admet des tangentes dont le coefficient directeur est positif.

B. On considère la fonction $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2x$

1. Déterminer $f'(a)$ pour tout nombre réel a de l'ensemble de dérivabilité de f .

2. La courbe de f admet-elle des tangentes horizontales ?

3. La courbe de f admet-elle des tangentes parallèles à la droite d'équation $y = 14x$?

EXERCICE 5 : Autres calculs de nombres dérivés

A. On considère la fonction $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Calculer $f'(1)$, $f'(-1)$ et $f'(0)$.
3. Déterminer $f'(a)$ pour tout nombre réel a de l'ensemble de définition de f .
4. Vérifier la validité de votre résultat à l'aide de la question 1.

B. On considère la fonction $f(x) = \sqrt{x+1}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Calculer $f'(0)$, $f'(3)$ et $f'(2)$. (...penser à l'expression conjuguée...)
- *3. f est-elle dérivable en $x = -1$?
4. Déterminer $f'(a)$ pour tout nombre réel a de l'ensemble de dérivabilité de f .
5. Vérifier la validité de votre résultat à l'aide de la question 1.

EXERCICE 6 :

*A. On considère la fonction $f(x) = -x + x \sin x$
Calculer $f'(0)$ (On rappelle que $\sin 0 = 0$)

*B. On considère la fonction $f(x) = |x-1|$

- a. Dresser le tableau de signe de $x \mapsto x-1$ puis expliciter l'expression de $f(x)$
- b. En déduire que f est dérivable sur $] -\infty; 1[\cup] 1; +\infty [$
- c. Démontrer que f n'est pas dérivable en $x = -1$.

*C. On considère la fonction $f(x) = |x^2 + 2x - 3|$

- a. Expliciter l'expression de $f(x)$
- b. En déduire que f est dérivable sur $] -\infty; -3[\cup] -3; 1[\cup] 1; +\infty [$
- c. Démontrer que f n'est pas dérivable en $x = -3$ et en $x = 1$.

*D. On considère le demi-cercle de rayon 1 dans un repère orthonormé

1. soit $M(x; y)$ un point du demi-cercle.

Exprimer y^2 en fonction de x^2

2. En déduire que la fonction définie sur $[-1; 1]$ par $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ admet le demi-cercle pour représentation graphique.
3. Montrer qu'il existe une tangente au point d'abscisse 0,5.
4. Montrer que le demi-cercle admet une tangente en tout point d'abscisse différente de -1 et 1.
5. Qu'en est-il en $x = -1$ et $x = 1$?

