

Loi géométrique

La loi géométrique, nouvelle venue dans l'option complémentaire de mathématiques en terminale, est ici le prétexte à la réutilisation de quelques outils \LaTeX .

1 Rappels mathématiques

Dans une répétition d'épreuves de Bernoulli de paramètre p (probabilité du « succès ») identiques et indépendantes, on définit la variable aléatoire X qui donne le rang du premier succès.

On dit alors que la variable aléatoire X suit la **loi géométrique** de paramètre p notée \mathcal{G}_p .

On démontre que, pour tout entier $k \geq 1$, on a $P(X = k) = (1 - p)^{k-1} p$.

Exemple

On lance un dé bien équilibré et on s'intéresse à la sortie du 6.

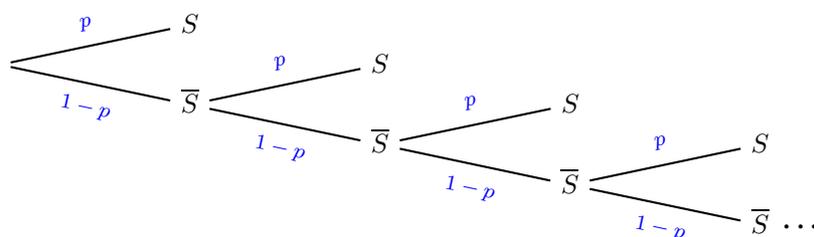
La variable aléatoire X qui donne le rang de la première sortie du 6 suit la loi géométrique de paramètre $\frac{1}{6}$.

On peut dire aussi que la variable aléatoire X est le nombre de fois qu'il faut lancer le dé pour obtenir un 6.

2 Arbre pondéré

On peut représenter une loi géométrique par un arbre pondéré, forcément incomplet.

On note S le succès qui est de probabilité p .



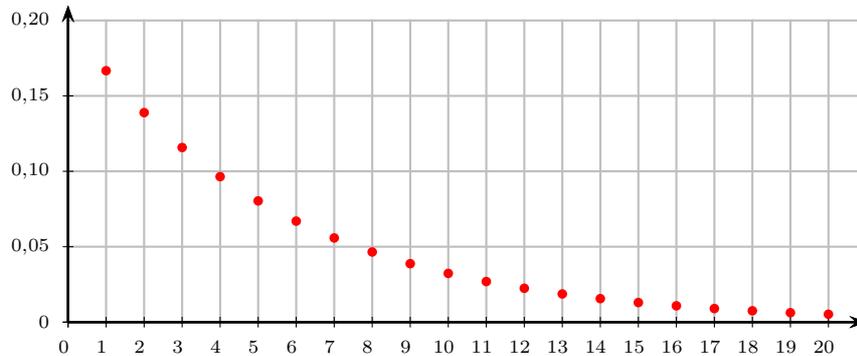
Côté \LaTeX

- Pas de souci particulier pour tracer cet arbre.
 Dans le document source, les sous-arbres sont bien indentés pour qu'on les reconnaisse.
- Les étiquettes sont écrites avec `\naput` (pour **above**, dessus) et `\nbput` (pour **below**, dessous), ce qui permet d'utiliser l'option de rotation `nrot=:U`.
- C'est `\TR{\overline{S}}{\boldmath{\cdots}}` qui permet d'afficher des points de suspension placés derrière le dernier \overline{S} .
- L'instruction `\boldmath` permet d'écrire une formule mathématique en gras.
 Cette instruction doit être appelée avant d'entrer en mode mathématique ; ainsi `\boldmath{\mathbf{f}(x)}` donne $\mathbf{f}(x)$.
 On obtient encore $\mathbf{f}(x)$ (en gras) en tapant `\boldsymbol{f(x)}`, l'instruction `\boldsymbol` devant être tapée en mode mathématique.
- La documentation officielle sur les arbres se trouve dans le document [pst-tree-doc](#).

3 Représentation graphique

Concernant l'exemple du dé, on représente $P(X = k)$ pour k variant entre 1 et 20.

La probabilité du succès est : $p = \frac{1}{6} \approx 0,1667$.

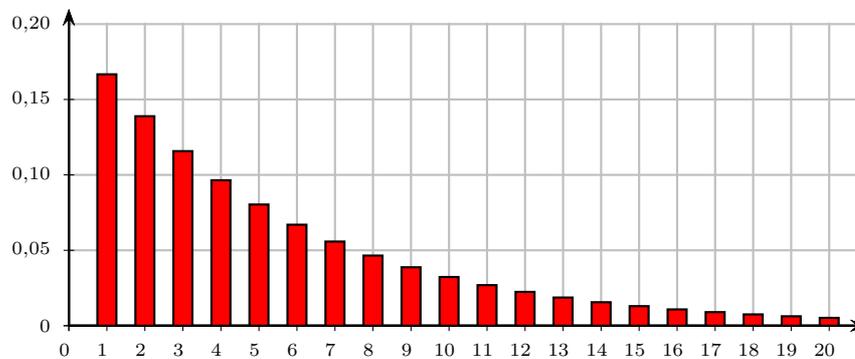


Côté \LaTeX

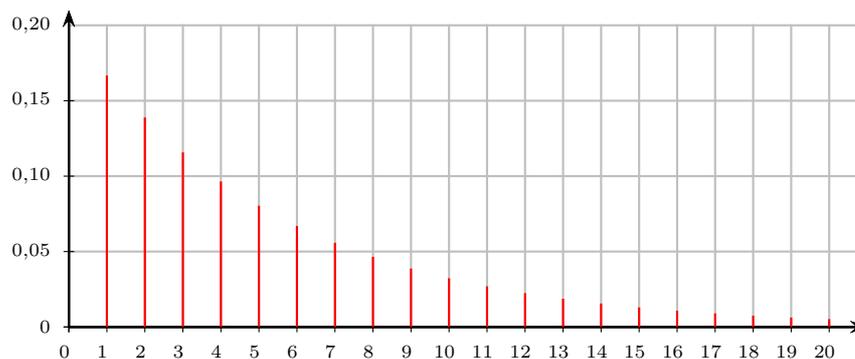
- La probabilité p est définie par `\pb` dans le `pspicture`, ce qui oblige à définir la fonction en mode algébrique :

$$\def\ff{(1-\pb)^{(x-1)*\pb}}$$

- Il faut donc entrer l'option `algebraic=true` dans le `\psset` du graphique.
- De 1 à 20, il y a 20 points donc on entre : `plotpoints=20`.
- On définit le mode de tracé point par point en entrant : `plotstyle=dots`.
- Ci-dessous, deux autres possibilités pour `plotstyle` :
 - `plotstyle=bar`, avec quelques options de remplissage.

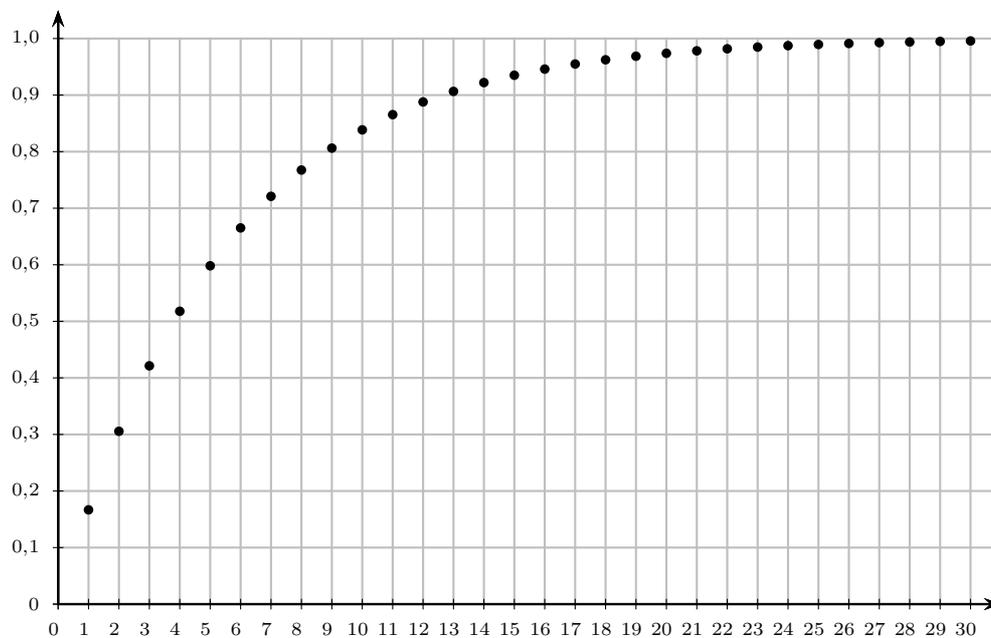


- `plotstyle=LineToXAxis`, option que j'ai trouvée dans l'indispensable [Visuel PSTricks](#) de J-P CASTELEYN (et nulle part ailleurs!).



4 Fonction de répartition

On peut démontrer que la fonction de répartition est définie par $P(X \leq k) = 1 - (1 - p)^k$.
Concernant l'exemple du dé, on représente $P(X \leq k)$ pour k variant entre 1 et 30.



À vous de construire un joli chapitre sur la loi géométrique.