TS ACH	**DS de Mathématiques** **Mardi 12 janvier 2016**			**Nom :** **Prénom :**
CALCULATRICE AUTORISEE	EX	Acquis	Revoir	Note et observation(s) :
Fonction exponentielle	1			
Dérivée d'une fonction composée	1			
Notation exponentielle d'un complexe	2 ;3			

~~Exercice 1 15 min 6 POINTS~~

~~Calculer les dérivées des fonctions composées suivantes (Toutes sont définies sur IR) :~~

~~$F(x) = e^{-3x^2+x}$ $G(t) = \cos(t\,e^{-t})$ $H(x) = e^{-e^{2x}}$ (l'exponentielle de « – exponentielle de 2x »)~~

~~Exercice 2 10 min 3 POINTS~~

~~Déterminer l'écriture exponentielle des complexes suivants : $z_1 = i$ $z_2 = e^{-i\theta}$ $z_3 = 2 + i$~~

Exercice 3 10 min 5 POINTS

Soit le nombre complexe $\boldsymbol{\omega} = e^{2i\frac{\pi}{5}}$.

1) Déterminer une notation exponentielle et trigonométrique de $\dfrac{1}{\omega}$ et de $\overline{\omega}$. Qu'en déduire ?
2) Calculer la forme algébrique de $\boldsymbol{\omega}^5$.
3) Vérifier que $\boldsymbol{\omega}^4 = \overline{\omega}$ et $\boldsymbol{\omega}^3 = \overline{\omega}^2$.

Exercice 4 15 min 8 POINTS

On note $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{6}$ $z_2 = 2 - 2i$ $Z = \dfrac{z_1}{z_2}$

1) Ecrire $Z = \dfrac{z_1}{z_2}$ sous forme algébrique.
2) A - Déterminer une écriture exponentielle de z_1 et de z_2.
   B- En déduire une écriture exponentielle de Z.
3) Déterminer alors les valeurs de $\cos\dfrac{7\pi}{12}$ et $\sin\dfrac{7\pi}{12}$.
4) Ecrire sous forme exponentielle puis trigonométrique puis algébrique Z^{2016}.

Exercice 5 1h.

1) Supposons connue la limite suivante : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$ 3 POINTS

Et démontrons que $\lim\limits_{x \to -\infty} xe^x = 0$ ainsi que $\lim\limits_{x \to +\infty} xe^{-x} = 0$

2) Soit f la fonction définie sur [-1 ; +∞[par $f(x) = (1 - x^2)e^{-x}$. 10 POINTS

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé (unité graphique : 2cm/carreaux sur les deux axes)

a – Déterminer la limite en +∞ de f. Donner une interprétation graphique.

b – Calculer f ' la dérivée de f. Déterminer le signe de f ' (x) sur [-1 ; +∞[.

c – En déduire le tableau des variations de f.

d- Déterminer une équation de T la tangente à $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 0.

Et une équation de d la tangente à $\mathscr{C}$ au point B d'abscisse 1.

e – Construire la courbe $\mathscr{C}$, d, T dans un repère orthonormé sur votre feuille. Placer aussi les tangente horizontale.

f – Démontrer que l'équation f(x) = ½ admet deux solutions sur [-1 ; +∞[.

Déterminer un ENCADREMENT au dixième des solutions de f(x) = ½.

g - On note α la solution positive et la solution négative. Montrer que $\alpha = \sqrt{\dfrac{2 - e^{\alpha}}{2}}$.