ثانوية عبد الله الشفشاوني — **يوم 2010/12/02**

أولاد تايمة — **المدة: ساعتان**

2bac SM A&B — **ذ. مصطفى حايمد**

فرض محروس رقم 2

الدورة الاولى

التنقيط	موضوع الفرض
	<u>تمرين 1</u>
	نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $I=\left[-1,\frac{-1}{2}\right]$ بـــ : $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$
	ونعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in IN}$ المعرفة بـــ : $\begin{cases}u_0=-1\\u_{n+1}=f(u_n)\;;n\in IN\end{cases}$
	ونعتبر المتتاليتين $(\alpha_n)_{n\in IN}$ و $(\beta_n)_{n\in IN}$ حيث : $\alpha_n=u_{2n}$ و $\beta_n=u_{2n+1}$ $\forall n\in IN:$
1,5 0,5	1) ادرس تغيرات الدالة f على I واستنتج ان $f(I)\subset I$ وان fof تزايدية على I .
	2) بين ان : $\forall n\in IN: u_n\in I$
1,5	3) بين بالترجع وباستعمال الدالة f ان : $(\alpha_n)_{n\in IN}$ تزايدية وان $(\beta_n)_{n\in IN}$ تناقصية .
0,5	4) أ- بين ان $\forall x\in I: \lvert f'(x)\rvert\le\dfrac{4}{9}$
1	ب - بتطبيق مبرهنة التزايدات المنتهية استنتج ان : $\forall(a,b)\in I^2: \lvert f(a)-f(b)\rvert\le\dfrac{4}{9}\lvert a-b\rvert$
1,5	5) استنتج ان: $\forall n\in IN: \lvert u_{n+2}-u_{n+1}\rvert\le\dfrac{4}{9}\lvert u_{n+1}-u_n\rvert$ وان : $\forall n\in IN: \lvert\alpha_n-\beta_n\rvert\le\left(\dfrac{16}{81}\right)^n\lvert u_1-u_0\rvert$
1,5	6) بين ان $(\alpha_n)_{n\in IN}$ و $(\beta_n)_{n\in IN}$ متقاربتان ولهما نفس النهاية ℓ .
1	7) بين ان نهاية المتتالية $(u_n)_{n\in IN}$ هي ℓ وحدد العدد ℓ .
	<u>التمرين الثاني</u>
	نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ بـ : $f(x)=x\sqrt[3]{x^3+1}$
2	1) احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x^2$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{\sqrt{2x^3-1}-\sqrt[4]{x}}$
1,5	2) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في العدد 1- واول هندسيا النتيجة المحصل عليها .
1,5	3) ادرس تغيرات الدالة f .
	4) ليكن g قصور الدالة f على المجال $I=\left[-\sqrt[3]{\frac{1}{2}},+\infty\right[$
0,75	أ - بين ان g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده .
1	ب - احسب $g(\sqrt[3]{7})$ واستنتج ان g^{-1} قابلة للاشتقاق في العدد $2\sqrt[3]{7}$ وحدد $(g^{-1})'(2\sqrt[3]{7})$
1	ج - حدد $g^{-1}(x)$ لكل $x\in J$
	5) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in IN}$ المعرفة بـــ : $\begin{cases}u_0=\sqrt[3]{7}\\u_{n+1}=f(u_n)\;;n\in IN\end{cases}$
1,25	أ - بين ان : $\forall x\in[-1,+\infty[\;\; f(x)\ge x$ واستنتج رتابة المتتالية $(u_n)_{n\in IN}$.
1	ب - بين ان : $\forall n\in IN: u_{n+1}-u_n\ge\sqrt[3]{7}$
1	د - استنتج ان $\forall n\in IN: u_n\ge(n+1)\sqrt[3]{7}$ ثم حدد نهاية المتتالية $(u_n)_{n\in IN}$.