Exercice1

Un jeu consiste à lancer deux dés parfaits. Un joueur mise 1 € sur le numéro 5.

Si ce numéro est obtenu sur les dés, le joueur reçoit 4 €. S'il apparaît sur un seul dé, il reçoit 3 €.

Dans tous les autres cas, il perd sa mise.

On note A l'événement : « Le dé indique 5 ».

Le gain du joueur est la somme reçue, diminuée de la mise : c'est la variable aléatoire X.

1. Quelles sont les valeurs prises par X ?
2. Donner la loi de probabilité de X.
3. Calculer E(X) et σ(X). Le jeu est-il favorable au joueur ?

Exercice 2 :

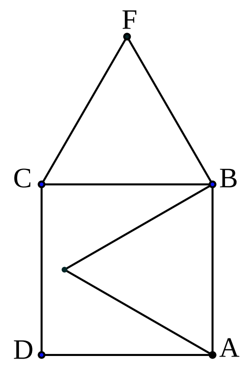
1. Donner la mesure principale de $\frac{5\pi}{3}$, $-\frac{5\pi}{4}$ et de $\frac{31\pi}{6}$
2. On donne $A = cos(\frac{5\pi}{14}) + 2sin(\frac{\pi}{7}) + sin(\frac{8\pi}{7}) + sin(-\frac{\pi}{7})$ exprimer A en fonction de $sin(\frac{\pi}{7})$.

Exercice 3 :

Dans le plan orienté ABCD est carré tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}$.

AEB et BCF sont des triangles équilatéraux tels que $(\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EB}) = \frac{\pi}{3}$.

Sur la figure les points D,E et F semblent alignés. On souhaite le confirmer si c'est le cas ou l'infirmer dans le cas contraire.



1. (a) Montrer que le triangle ADE est isocèle.

   (b) Démontrer que $(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EA}) = \frac{5\pi}{12}$.
2. Déterminer une mesure de $(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BF})$ et en déduire une mesure de $(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EF})$.
3. (a) Utiliser la relation de Chasles pour calculer une mesure de $(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EF})$.

   (b) Conclure.

Exercice 2 :

1. *Rappel : mesure principale d'un angle de deux vecteurs non-nuls* $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
Soit une α *une mesure de l'angle* $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$*, pour tout* $k \in \mathbb{Z}$ $\alpha_k = \alpha + 2k\pi$ *est aussi une mesure de l'angle* $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$*. La mesure principale de l'angle* $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ *est parmi les réels* α_k*, l'unique valeur appartennant à l'intervalle* $]-\pi, \pi]$. On a donc :
   - $\frac{5\pi}{3} = \frac{6\pi - \pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + 2\pi$ la mesure principale de $\frac{5\pi}{3}$ est $-\frac{\pi}{3}$.
   - $\frac{-5\pi}{4} = \frac{-8\pi + 3\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} - 2\pi$ la mesure principale de $-\frac{5\pi}{4}$ est $\frac{3\pi}{4}$.
   - $\frac{31\pi}{6} = \frac{36\pi - 5\pi}{6} = 12\pi - \frac{5\pi}{6}$ la mesure principale de $\frac{31\pi}{6}$ est $-\frac{5\pi}{6}$
2. On rappelle que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $sin(-x) = sin(x)$, $cos(\frac{\pi}{2} - x) = sin(x)$ et $sin(\pi + x) = -sin(x)$.

$$A = cos(\frac{5\pi}{14}) + 2sin(\frac{\pi}{7}) + sin(\frac{8\pi}{7}) + sin(-\frac{\pi}{7})$$

$$A = cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}) + 2sin(\frac{\pi}{7}) + sin(\pi + \frac{\pi}{7}) - sin(\frac{\pi}{7})$$

$$A = cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}) + 2sin(\frac{\pi}{7}) + sin(\pi + \frac{\pi}{7}) - sin(\frac{\pi}{7})$$

$$A = sin(\frac{\pi}{7}) + 2sin(\frac{\pi}{7}) - sin(\frac{\pi}{7}) - sin(\frac{\pi}{7})$$

$$A = sin(\frac{\pi}{7})$$

Exercice 3 :

1. (a) On sait que $ABCD$ est un carré et que AED est triangle équilatéral on a donc $AD = AB = AE$. Le triangle ADE est isocèle de sommet A.
   (b) On a $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}) + (\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AD})$ d'où $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$.
   On sait de plus que triangle AED est isocèle de sommet A on a $(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EA}) = (\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DE})$. On en conclut que $(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EA}) = \frac{1}{2}(\pi - (\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AD})) = \frac{1}{2} \times \frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{12}$
2. $(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BF}) = (\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BF}) = -\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2}$.
On en déduit que le triangle EBC est rectangle en B et comme il est isocèle on a donc $(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EF}) = \frac{\pi}{4}$.
3. (a) D'après la relation de Chasles et les questions précédentes on a

$$(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EF}) = (\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EA}) + (\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EB}) + (\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EF})$$
$$(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EF}) = \frac{5\pi}{12} + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$$
$$(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EF}) = \pi$$

   (b) Les vecteurs $\overrightarrow{ED}$ et $\overrightarrow{EF}$ ont la même direction mais des sens opposés. On en déduit que les points E, D et F sont alignés.